УДК 330.4

Татьяна Меркулова,
Артём Янцевич

ВЛИЯНИЕ ПРОГРЕССИВНОГО НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ НА НЕРАВЕНСТВО: АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ НЕРАВЕНСТВА ОТ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОХОДОВ И НАЛОГОВОЙ ПРОГРЕССИИ

Представлены результаты исследования прямого влияния прогрессивного налогообложения дохода на его распределение и неравенство. Рассмотрен случай логнормального распределения и функции прогрессивного налога степенного вида. В качестве показателя неравенства использован коэффициент Джини. Показано, что применение прогрессивного налогообложения дохода не изменяет исходного закона распределения: после налогообложения он остаётся логнормальным, и его параметры зависят от параметров исходного распределения, налоговой прогрессии и необлагаемого минимума дохода. Полученные математические зависимости позволяют исследовать влияние каждого параметра на распределение дохода после налогообложения. Показано, что зависимость коэффициента Джини от налоговой прогрессии носит линейный характер при малых значениях параметра σ (в распределениях с небольшим разбросом значений) и нелинейный при высоких значениях. Полученные результаты проиллюстрированы с использованием показателей Украины.

Ключевые слова: прогрессивный налог, логнормальное распределение, неравенство доходов, коэффициент Джини.

JEL: D31, C46.

Проблематика неравенства и справедливости распределения доходов в обществе остаётся одной из наиболее актуальных с конца прошлого столетия. С одной стороны, исследователи признают правомерными теоретические представления, основанные на классической работе С. Кузнеца (*Kuznets*, 1955), в которой обосновывается, что неравенство

Меркулова Татьяна Викторовна (tammerkulova@gmail.com), д-р. экон. наук, проф.; заведующая кафедрой экономической кибернетики и прикладной экономики, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина. Сфера научных интересов: поведенческая и экспериментальная экономика, институциональная экономика, налогообложение, неравенство и рост.

Янцевич Артём Артёмович (cyber.khnu@gmail.com), д-р. физ.-мат. наук, профессор кафедры экономической кибернетики и прикладной экономики, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина. Сфера научных интересов: теория рисков; экономические приложения теории вероятности и математической статистики, теории случайных процессов, теории игр.

является неизбежным следствием экономического роста на определённом этапе. С другой стороны, ускоряющийся рост неравенства в последние десятилетия инициировал всестороннее исследование его негативных последствий (*Стиглиц*, 2015). Признание позитивной роли неизбежного неравенства и негативных последствий избыточного неравенства актуализирует исследования их содержания, качественного и количественного определения, поиски оптимального уровня неравенства как точки экстремума, до достижения которой неравенство полезно, а после уже оказывает разрушающее влияние (*Меркулова*, 2016). Результат этого исследования существенно зависит от того, что выбирается в качестве критерия оценки влияния неравенства. В наиболее общем выражении таковым выступает некая функция благосостояния, вид и свойства которой также являются дискуссионным вопросом.

В данной проблематике к наиболее важным можно отнести аспект, связанный со способами и инструментами снижения неравенства, среди которых одним из наиболее распространённых является прогрессивное налогообложение доходов населения. Влияние его на изменение неравенства в распределении доходов происходит по двум каналам: непосредственное влияние – это изменение неравенства в результате применения прогрессивного налогообложения к исходному распределению доходов; косвенное влияние (экстерналии налогообложения) – это влияние налогообложения на рынки труда и капитала, приводящее к изменению исходного распределения доходов, которое далее облагается прогрессивным налогом.

Исследованию экстерналий различных методов налогообложения на поведение экономических агентов и, как следствие, распределение доходов в обществе посвящена обширная литература[1], при этом многие вопросы остаются дискуссионными. К ним относится и уклонение от налогообложение, и трудовая миграция, и мобильность капиталов.

Первое направление представляется более ясным и конструктивным с точки зрения исследования, возможно, поэтому ему уделено не столько внимания. Для его корректного анализа необходимо знать начальное распределение дохода экономических агентов (населения); научно установленные (доказанные) и количественно определённые зависимости, во-первых, между параметрами налогообложения и параметрами распределения после налогообложения, во-вторых, между параметрами распределения, налогообложения и показателями неравенства.

Следует отметить, что качественные оценки некоторых закономерностей общеизвестны, например: усиление прогрессии налогообложения уменьшает средний доход и неравенство в распределении доходов. Однако важно получить количественные зависимости, позволяющие, имея параметры исходного распределения, регулировать (подбирать) параметры налоговой прогрессии с целью снижения показателя неравенства до заданного уровня. Популярным показателем неравенства распределения дохода является коэффициент Джини, который используется, в том чис-

1 В качестве примера можно привести работы (*Borge, Rattso,* 2004; *Duncan, Peter*, 2016; *Mirrlees,* 1971).

ле, и для международных сравнений[2]. Особый интерес представляет получить аналитическое выражение коэффициента Джини для логнормального закона, т.к. именно это распределение часто используют для описания эмпирических наблюдений.

Приведённые аргументы предопределили наши задачи: 1) выявление зависимости между коэффициентом Джини и параметрами логнормального распределения доходов, нахождение математического вида этой зависимости и количественных характеристик; 2) анализ влияния прогрессивного налогообложения доходов на изменение логнормального распределения и его параметров; 3) выявление зависимости между коэффициентами Джини до и после прогрессивного налогообложения доходов. Подчеркнём, что нашей целью является решение данных задач в виде математических зависимостей, позволяющих проводить численные расчёты.

Зависимость коэффициента Джини от параметров логнормального распределения дохода

Математическая постановка задачи состоит в следующем. Пусть имеется случайная величина ξ с плотностью распределения $p_\xi(x)$ и функцией распределения $F_\xi = F_\xi(x)$, $0 \le x \le x_{\max} \le +\infty$. В нашем случае случайная величина − это доход.

Как известно, коэффициент Джини выражается через функцию Лоренца $L_\xi(F)$:

$$d_\xi = 1 - 2\int_0^1 L_\xi(F)dF. \qquad (1)$$

Функцию Лоренца можно выразить через заданную функцию плотности следующим образом:

$$L_\xi(x) = \frac{1}{M\xi}\int_0^x xp_\xi(x)dx, \qquad (2)$$

где $M\xi$ - математическое ожидание случайной величины ξ.

Если использовать функцию $x = x(F)$, обратную к функции распределения, то получим для функции Лоренца $L_\xi = L_\xi(F)$. Сделаем в (1) замену переменных $F = F(x)$, тогда $dF = p_\xi(x)dx$, и получаем выражение для коэффициента Джини:

$$d_\xi = 1 - 2\int_0^{x_{\max}} L_\xi(x)p_\xi(x)dx. \qquad (3)$$

Итак, зная функцию плотности распределения дохода и его максимальное значение, можно вычислить коэффициент Джини, т.е. получить количественную характеристику неравенства распределения дохода.

[2] Обзор и анализ методов измерения неравенства представлен, в частности, в работах (Atkinson, 1970; Vecchi, 2008).

Пусть доход распределен по логнормальному закону:

$$p_\xi(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \tag{4}$$

Будем считать, что доход может принимать сколь угодно большие значения, т.е. $0 < x \le +\infty$. Логнормальное распределение имеет два параметра σ и μ, где μ может принимать любые значения, а $\sigma > 0$.

Математические ожидание и дисперсия для этого закона распределения выражаются соответственно через параметры распределения

$$M\xi = e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}};\ D\xi = e^{2\mu+\sigma^2}(e^{\sigma^2}-1). \tag{5}$$

Мы показали, что функция Лоренца (2) для случая логнормального распределения будет иметь вид:

$L_\xi(x) = F_N\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma} - \sigma\right)$, где $F_N\ (y)$ – функция распределения нормального закона $F_N(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{y} e^{-\frac{v^2}{2}}dv$.

Далее, нами было получено выражение для коэффициента Джини для логнормально распределённой случайной величины ξ

$$d_\xi = 2\Phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right), \tag{6}$$

где $\Phi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)$ - интеграл вероятностей $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^z e^{\frac{-v^2}{2}}dv$.

Отметим, что коэффициент Джини зависит от параметра σ распределения (4) и не зависит от параметра μ этого распределения. Полученная формула (6) коэффициента Джини для логнормального распределения позволяет найти его значение, вычислив интеграл вероятности для заданного σ, и построить график зависимости этого показателя неравенства от параметра распределения σ - единственного аргумента этой зависимости (рис. 1).

Зависимость имеет нелинейный выпуклый вверх вид, при значениях $\sigma \approx 4$ выходит на единицу. При больших значениях параметра σ коэффициент Джини слабо реагирует на его изменение, т.е. растёт с насыщением.

В то же время отметим почти линейный характер зависимости показателя неравенства с коэффициентом пропорциональности примерно 0,47 на небольших значениях параметра $0 < \sigma \le 1{,}5$ (рис. 2).

Реальные значения коэффициента Джини в странах мира находятся в интервале 0,2 – 0,6[3], т.е. на линейном участке. Это значит, что снижение

[3] GINI data: база данных. URL: http://data.worldbank.org/indicator/SI.POV.GINI.

уровня неравенства в этом интервале значений возможно при уменьшении параметра σ с коэффициентом пропорциональности $\approx 0{,}47$.

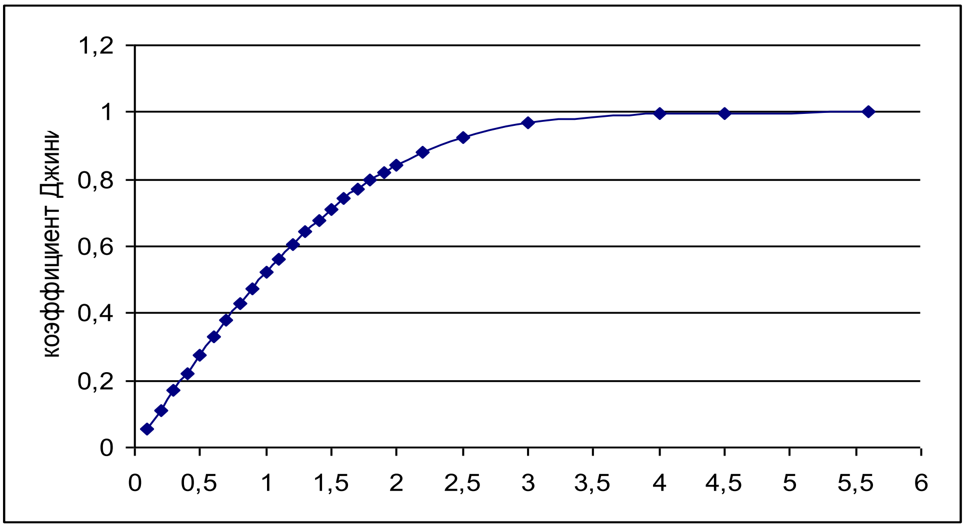

Рисунок 1. Зависимость коэффициента Джини от параметра σ

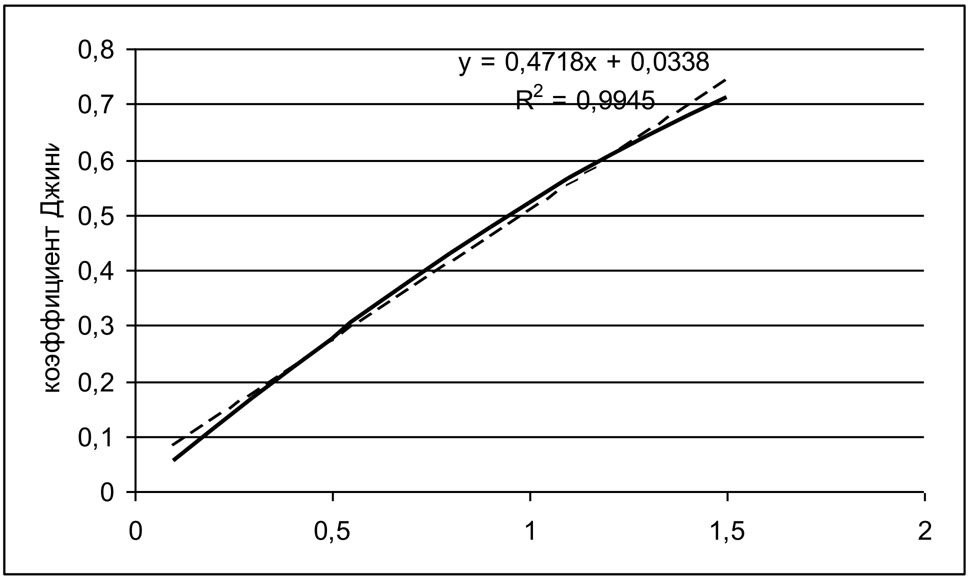

Рисунок 2. Линейная зависимость коэффициента Джини от σ, $0 < \sigma \le 1{,}5$

Влияние прогрессивного налогообложения дохода на изменение логнормального распределения и его параметров

Как было показано, изменяя параметр σ логнормального распределения дохода, можно изменить (уменьшить) показатель неравенства. В связи с этим возникает два вопроса: 1) как изменяет прогрессивный налог исходное логнормальное распределение дохода; 2) какова зависимость коэффициента Джини от параметров налоговой прогрессии.

Рассмотрим первый вопрос. Зададим прогрессивное налогообложение дохода с помощью ставки налога *t* в виде функции, которая зависит от облагаемой базы, т.е. дохода:

$$t(x) = 1 - Ax^{\alpha-1},\ A > 0,\ 0 \le \alpha \le 1\ . \tag{7}$$

Поскольку ставка налога не должна быть отрицательной и больше 1, т.е. должно выполняться двустороннее условие $0 \le 1 - Ax^{\alpha-1} \le 1$, из левой части условия получаем ограничение:

$$x \ge A^{\frac{1}{1-\alpha}},\ \alpha \ne 1. \tag{8}$$

Правая часть двустороннего условия выполняется автоматически при заданных ограничениях на параметры.

Параметр А можно интерпретировать как регулятор необлагаемого минимума дохода $x_{\min} = A^{\frac{1}{1-\alpha}}$: ставка налога становится положительной, если доход больше этой величины. При достаточно малых значениях регулятора ($A < 1$) необлагаемый минимум становится близким к 0.

Величина налога будет выражаться следующим образом:

$$T(x) = tx = (1 - Ax^{\alpha-1})x = x - Ax^{\alpha},$$

а доход после налогообложения *(y)* как

$$y = (1-t)x = Ax^{\alpha}\ . \tag{9}$$

Параметр α характеризует доход после налогообложения: чем больше α, тем больше чистого дохода остаётся у налогоплательщика, а $\alpha = 1$ означает отсутствие налоговой прогрессии, т.е. пропорциональный налог по ставке $t = 1 - A,\ A < 1$. Введем параметр $\beta = 1 - \alpha$, который можно считать регулятором (параметром) налоговой прогрессии: чем больше β (соответственно, меньше α), тем больше величина налога и меньше чистый доход.

Налогообложение по ставке (7) с указанными ограничениями на параметры удовлетворяет определение прогрессивного налогообложения, согласно которому эластичность величины налога должна быть больше 1, т.е.:

$$\frac{\partial T}{\partial x}\frac{x}{T} > 1.$$ [4]

Далее математическая постановка задачи состоит в следующем. Имеется исходная случайная величина ξ (доход до налогообложения), которая распределена по логнормальному закону (4). Мы переходим к другой случайной величине ζ (доход после налогообложения), которая

[4] Кроме этого существуют еще 2 определения прогрессивного налога, которые можно считать эквивалентными: через среднюю ставку, которая растет при росте дохода; через предельную ставку, которая больше средней (*Fanti, Manfredi,* 2003). Нетрудно убедиться, что эти условия тоже выполняются в случае задания ставки налога в виде функции (7).

получается из исходной с помощью преобразования (9), т.е. прогрессивного налога. Какое распределение будет иметь новая случайная величина и каковы его параметры?

Исследование показало, что после прогрессивного налогообложения доход сохранит тот же, т.е. логнормальный закон распределения, с параметрами, которые зависят от параметров исходного распределения и налоговой прогрессии (см. (4)).

$$p_\zeta(y) = \frac{1}{y\sigma_1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln y - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}, \ \sigma_1 = \alpha\sigma, \ \mu_1 = \alpha\mu + \ln A.$$

Как видим, параметр σ_1 посленалогового распределения дохода меньше параметра σ доналогового распределения, т.е. распределение сдвигается вправо и уменьшается разброс, что, собственно, и является целью применения налоговой прогрессии.

Сдвиг исходного распределения дохода происходит под влиянием налоговых параметров α и А. Влияние параметра α наглядно представлено на рис. 3. За исходное было взято распределение с параметрами ($\mu = 0$; $\sigma = 1$) и показан его сдвиг вправо и вверх при налоговых параметрах $A = 0{,}9$; $\alpha = 0{,}95; 0{,}6$.

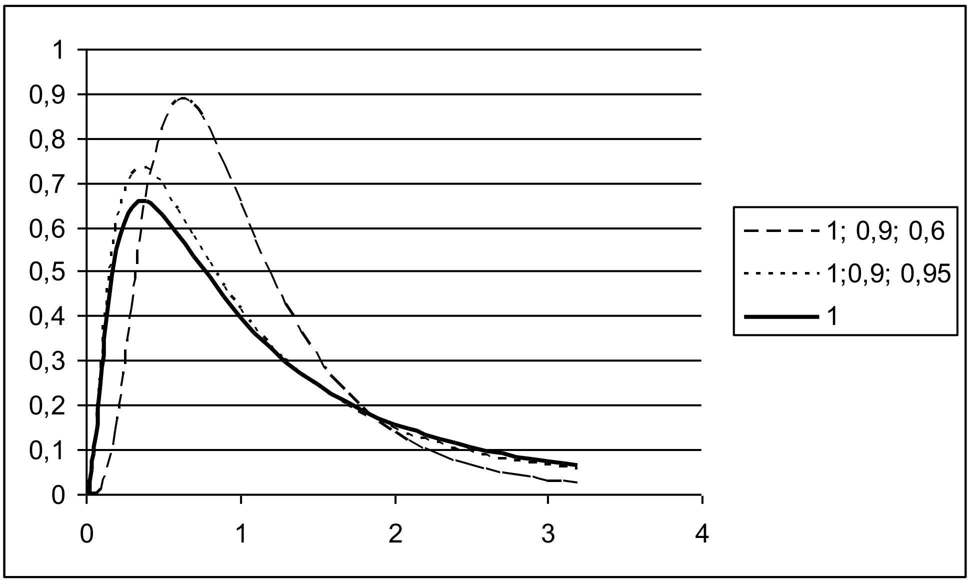

Рисунок 3. Функции плотности распределения: влияние налогового параметра α на исходное распределение (σ, A, α)

Таким образом, пик популярности сдвигается в более высокий интервал дохода (туда перемещается население из более богатых групп), при этом уменьшается средний доход и разброс в соответствии с формулами (5).

Уменьшение параметра A означает снижение необлагаемого минимума $x_{\min} = A^{\frac{1}{1-\alpha}}$, что при прочих равных условиях приводит к уменьшению разброса значений: график функции плотности распределения вытягивается вдоль оси ординат, при этом интервал наиболее вероятного дохода не сдвигается (рис. 4).

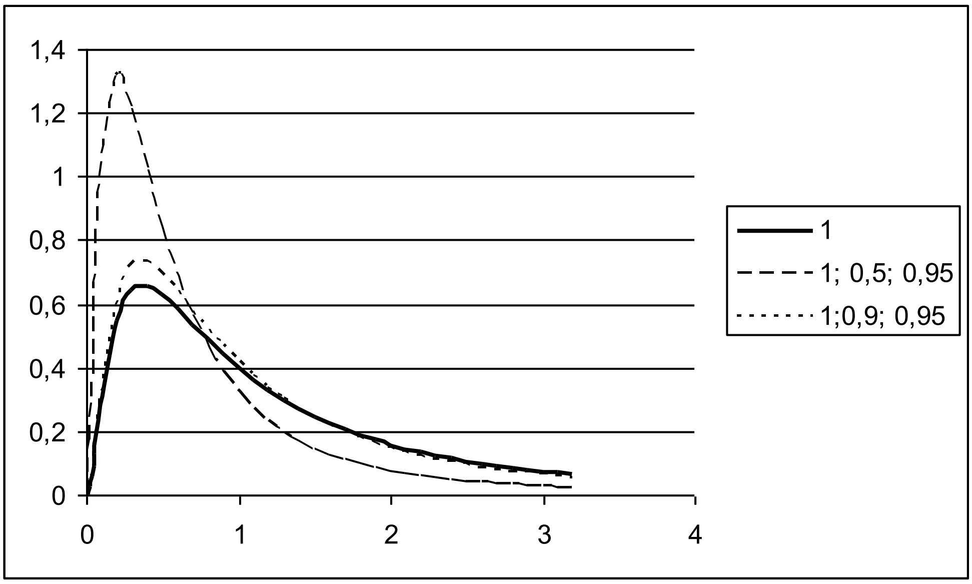

Рисунок 4. Функции плотности распределения: влияние параметра *A* на исходное распределение (σ, A, α)

Зависимость коэффициента Джини от параметров налоговой прогрессии

Выражение (6) для коэффициента Джини, который зависит только от параметра σ, сохранится с новым параметром σ_1:

$$d_{\xi} = 2\Phi\left(\frac{\sigma_1}{\sqrt{2}}\right) = 2\Phi\left(\frac{\alpha\sigma}{\sqrt{2}}\right). \tag{10}$$

Значение показателя неравенства после применения прогрессивного налогообложения дохода зависит от параметра исходного распределения дохода и налогового параметра α и не зависит от A.

Характер зависимости коэффициента Джини от параметра σ был уже показан выше (рис. 2). Зависимость показателя неравенства от параметра налоговой прогрессии $\beta = 1 - \alpha$ при разных значениях параметра σ представлена на рис. 5.

Увеличение прогрессии ведет к снижению неравенства (коэффициента Джини), однако характер снижения зависит от параметра σ. При низких значениях этого параметра (а это значит, что распределение сдвинуто вправо, более симметрично, имеет меньший разброс) уменьшение неравенства при росте прогрессии происходит пропорционально, при этом, чем меньше σ, тем меньше коэффициент пропорциональности в этой линейной зависимости.

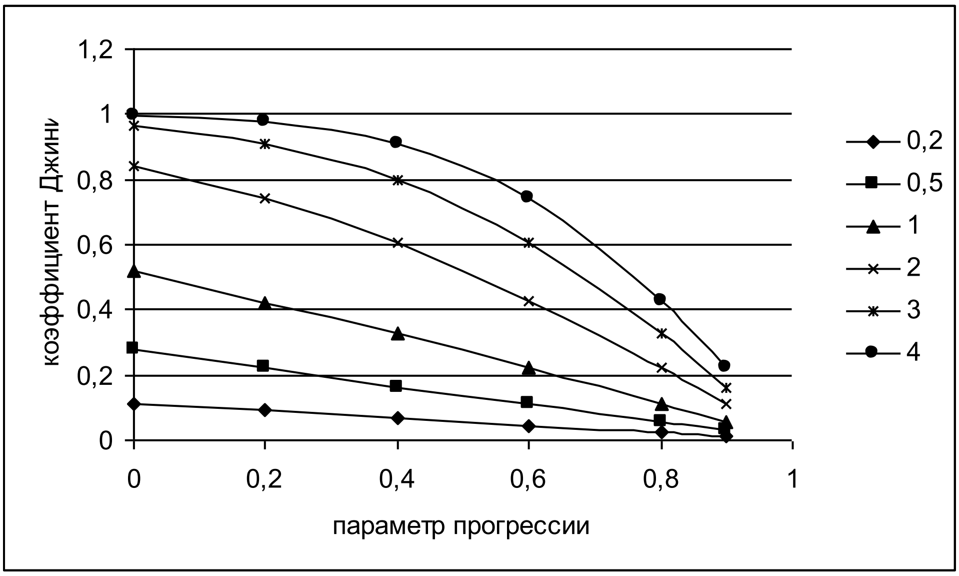

Рисунок 5. Зависимость коэффициента Джини от налоговой прогрессии при разных значениях параметра σ исходного распределения дохода

При больших значениях параметра распределения ($\sigma > 1$) проявляется нелинейный характер зависимости коэффициента Джини от параметра прогрессии: небольшая прогрессия ($\beta \le 0{,}2$) даёт незначительное снижение неравенства. Существенный (непропорциональный) эффект достигается при более высоких значениях прогрессии $\beta \ge 0{,}4$ (рис. 5).

Численные иллюстрации

Обратимся к численным примерам. Остановимся на интепретации параметра σ логнормального распределения (4). Графики функций плотности этого распределения для $\mu = 0$ и разных значений параметра σ (0,2; 0,5; 1,0; 2,0) показывают, как увеличение этого параметра влияет на сдвиг вершины влево (рис. 6)[5].

Остановимся на интерпретации параметра σ, т.к. он играет ключевую роль в анализе. Пик графика функции плотности распределения показывает, какой доход является наиболее распространенным (например, при $\sigma = 0{,}2$ он примерно равен 1, для $\sigma = 0{,}5$ – это примерно 0,75). Сдвиг влево означает, что население сосредотачивается в более низкодоходных группах.

[5] Этот и последующие графики носят иллюстративный характер, поэтому доход представлен в условных единицах.

При этом изменяются и характеристики распределения: среднее значение ($M\xi$) и разброс ($D\xi$) резко возрастают на значениях $\sigma > 1$ (табл.1).

Так, например, эластичность среднего значения по параметру σ равна σ^2, поэтому при $\sigma > 1$ среднее значение становится высокоэластичной характеристикой. Для сравнения, эластичность этой характеристики по параметру μ равна μ. Это значит, что при изменении μ на 1% среднее значение случайной величины (дохода) также изменится на 1% в том же направлении. Разброс значений дохода характеризует также коэффициент вариации, который изменяется аналогично при росте параметра σ.

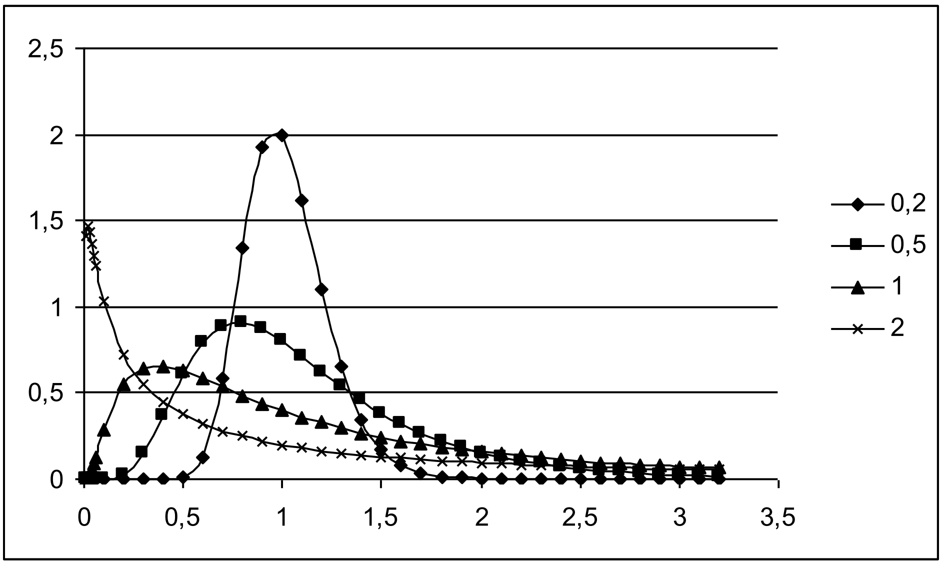

Рисунок 6. Логнормальное распределение дохода для разных значений параметра σ, $\mu = 0$

Таблица 1

Характеристики логнормального распределения

Характеристики распределения $\mu = 0$	Значение параметра σ			
	0,2	0,5	1	2
Матожидание, $M\xi$	1,020	1,133	1,649	7,389
Дисперсия, $D\xi$	0,042	0,365	4,671	2926,360
Коэффициент вариации, v	0,042	0,322	2,833	396,040

Источник: расчёты авторов.

Таким образом, при росте σ происходит, с одной стороны, перемещение населения в менее доходные слои (сдвиг вершины), а с другой – рост среднего значения дохода и увеличение разрыва между богатыми и бедными: бедные беднеют, богатые богатеют[6].

[6] Этот случай образно выражается поговоркой: а в среднем по больнице температура нормальная.

Прозрачную интерпретацию имеет также функция распределения, которая показывает вероятность, с которой доход не превысит заданное значение. Графики функций логнормального распределения для указанных выше параметров (табл. 1) демонстрируют, что при высоких значениях σ доля населения в низкодоходных интервалах больше, чем при низких. При этом вероятность достижения высоких значений дохода тоже больше (рис. 7).

Покажем на примерах, как влияет налоговая прогрессия на параметры распределения и коэффициент Джини. Пусть распределение доходов населения описывается логнормальным законом с параметром $\sigma = 1$. Коэффициент Джини в соответствии с формулой (5) будет $d = 0{,}52$. Это достаточно высокое значение неравенства, и его можно уменьшить путем прогрессивного налогообложения.

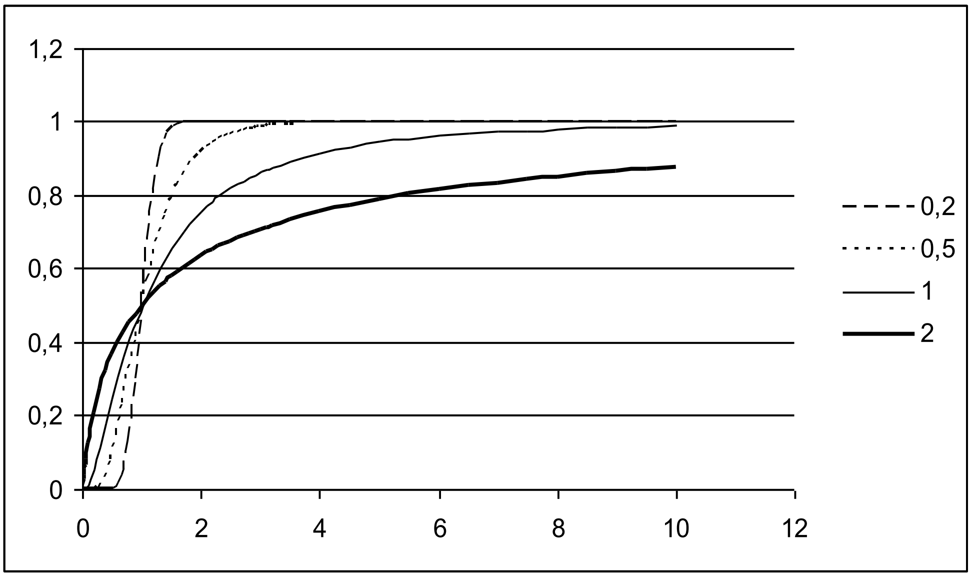

Рисунок 7. Функции логнормального распределения при $\mu = 0$ $\sigma = 0{,}2;\ 0{,}5;\ 1{,}0;\ 2{,}0$

Результаты нашего анализа (рис. 2) показывают, что увеличение прогрессии $\beta = 1 - \alpha$, или рост налогового коэффициента α, будет сопровождаться линейным снижением показателя Джини с коэффициентом пропорциональности $\approx 0{,}52$.

Таким образом, если мы хотим достичь значения Джини, например, 0,32, т.е. снизить его на 0,2 пункта, то следует установить коэффициент налоговой прогрессии на уровне $\beta = \dfrac{0{,}2}{0{,}52} = 0{,}38$, или $\alpha = 1 - 0{,}38 = 0{,}62$. Вдвое меньшее значение прогрессии, т.е. $\beta \approx 0{,}2$, даст пропорциональное снижение неравенства на 0,1 пункта, т.е. до $d = 0{,}42$.

Нелинейный характер влияния прогрессивного налогообложения на снижение коэффициента Джини иллюстрируют данные табл. 2.

Таблица 2

Изменение неравенства после налога с показателем прогрессии $\beta = 0{,}2$

Коэффициент Джини	Параметр распределения σ					
	0,2	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0
$\beta = 0$	0,112	0,275	0,52	0,842	0,966	0,996
$\beta = 0{,}2$	0,09	0,222	0,42	0,742	0,910	0,976
Уменьшение неравенства, Δd	0,03	0,053	0,1	0,1	0,056	0,020

Источник: расчёты авторов.

Наибольший эффект от повышения показателя налоговой прогрессии с 0 (нет налога) до 0,2 достигается на распределениях с параметрами $\sigma = 1{,}0;\ 2{,}0$. К незначительному снижению неравенства эта же прогрессия приводит на малых и больших значениях параметра σ.

Рассмотрим пример на данных о распределении доходов населения в Украине. В (Мороз, 2016) было показано, что распределение среднемесячного дохода населения в Украине может быть описано с помощью логнормального закона, параметры которого незначительно увеличиваются (табл. 3).

Таблица 3

Параметры логнормального распределения дохода населения Украины

	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
μ	6,3824	6,8364	6,8711	7,1792	7,2941	7,4067	7,4684	7,4973	7,6118
σ	0,3023	0,3116	0,3555	0,4838	0,4608	0,4153	0,4317	0,4341	0,4283

Источник: (Мороз, 2016, с. 112).

Сдвиг интегральной кривой распределения за 2007–2015 гг. показывает перемещение население в более высокодоходные интервалы, хотя нужно иметь ввиду, что речь идёт о номинальном доходе без учета инфляции (рис. 8).

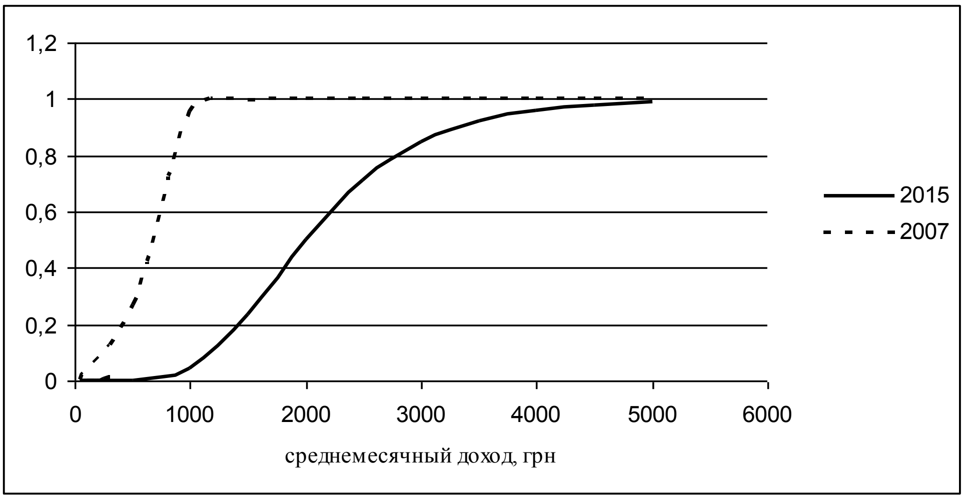

Рисунок 8. Функции распределения дохода населения Украины

Расчёты, сделанные на основе зависимости, представленной на рис. 2 и значения параметра $\sigma = 0{,}434$ в 2014 г., дают нам оценку коэффициента Джини в этом году на уровне 0,241[7].

Отметим, что она совпадает с оценкой Мирового банка[8]. По мнению аналитиков, с таким уровнем неравенства Украина входит в ТОП-5 стран с наименьшим разрывом между богатыми и бедными[9], хотя населением это не воспринимается адекватно: бытует мнение, что уровень неравенства у нас слишком высок.

Не вдаваясь в дискуссию о правомерности такой оценки, рассмотрим возможности его уменьшения путем налоговой прогрессии. Допустим, что мы хотим снизить коэффициент Джини на 0,02, т.е. до значения 0,221. Для $\sigma = 0{,}434$ можно в соответствии с формулой (9) построить зависимость коэффициента Джини от параметра прогрессии β, аналоги которой представлены в графическом виде на рис.5. Коэффициент пропорциональности для данного случая будет $\approx 0{,}23$, и значит, что налоговая прогрессия $\beta = 0{,}1$, соответственно $\alpha = 1 - \beta = 0{,}9$, даст нам снижение неравенства на 0,023 (мы берем округленные значения для упрощения расчётов).

Далее, мы можем выбрать необлагаемый минимум дохода $x_{\min} = A^{\frac{1}{1-\alpha}}$, в соответствии с которым найдем параметр *A* прогрессивного налога. Подчеркнем, что значение коэффициента Джини не зависит от параметра *A*. От него будет зависеть только сумма налоговых поступлений, поэтому он будет определяться, исходя из фискальных или других целей, внешних по отношению к нашему анализу.

В соответствии с формулой (6) можно вычислить ставки прогрессивного налога при заданном параметре $\alpha = 0{,}9$ для разных значений дохода и необлагаемого минимума (рис. 9).

Отметим, что при $x_{\min} = 1000$ грн ставка налога достигнет 10% на доходе примерно 3000грн, 20% – на 10000 грн, 25% – на 20000 грн. Понятно, что при понижении необлагаемого минимума ставки повышаются: 25% достигается уже на 10000 грн.

Далее график ставки налога можно аппроксимировать ломаной линией, т.е. разбить на интервалы дохода с определением ставки налога для каждого интервала и ограничением верхнего предела ставки. Это уже прикладная задача.

[7] Точность нашей оценки зависит от точности соответствия эмпирического распределения логнормальному закону. В 2014 она была высокой, в другие годы расхождение доходит до 1 пункта во втором знаке после запятой.
[8] GINI data: база данных. URL: http://data.worldbank.org/indicator/SI.POV.GINI.
[9] Inequality index: where are the world's most unequal countries? URL: https://www.theguardian.com/inequality/datablog/2017/apr/26/inequality-index-where-are-the-worlds-most-unequal-countries?CMP=share_btn_fb

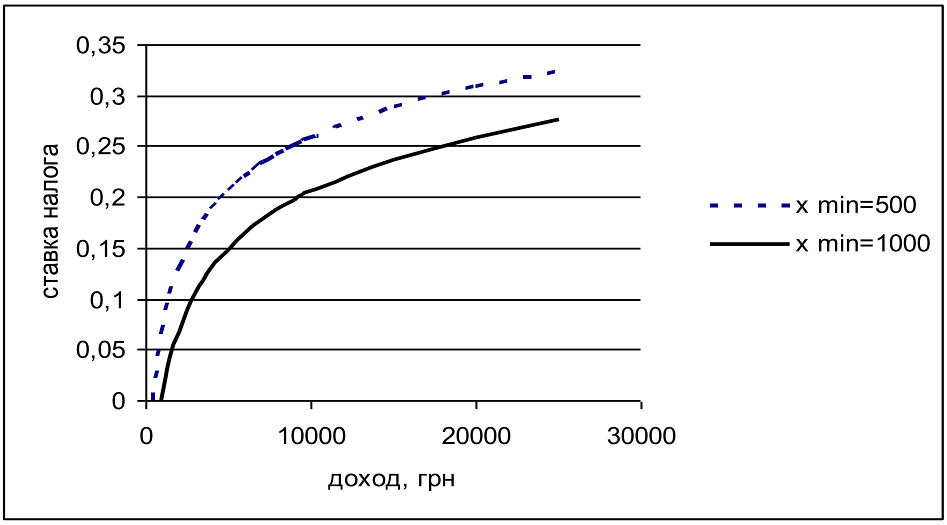

Рисунок 9. Зависимость ставки налога от облагаемой базы и необлагаемого минимума при налоговой прогрессии $\beta = 0{,}1$

Выводы. Проведённый анализ влияния параметров прогрессивного налогообложения доходов на параметры логнормального распределения и изменение показателя неравенства – коэффициента Джини – позволил получить следующие теоретические результаты.

1. Показано, что при степенной функции прогрессивного налога коэффициент Джини зависит только от одного параметра σ исходного логнормального распределения. Полученная математическая зависимость показывает, что показатель неравенства нелинейно с замедлением возрастает при увеличении этого параметра.

2. Применение прогрессивного налогообложения дохода не изменяет исходного закона распределения: распределение дохода после налогообложения остается логнормальным, параметры которого зависят от параметров исходного распределения, налоговой прогрессии и необлагаемого минимума дохода. Полученные математические зависимости позволяют исследовать влияние каждого параметра на распределение дохода после налогообложения.

3. Показано, что неравенство в распределении чистого дохода коэффициент Джини) зависит только от параметра σ исходного распределения и параметра налоговой прогрессии и не зависит от необлагаемого минимума дохода. Зависимость коэффициента Джини от налоговой прогрессии имеет линейный характер при малых значениях параметра σ (в распределениях с небольшим разбросом значений) и нелинейный при высоких значениях. Таким образом, малые значения прогрессии не приносят существенного эффекта для уменьшения не-

равенства в распределениях с большим разбросом значений дохода, однако при увеличении параметра прогрессии оно снижается с ускорением. В отличие от этого случая в распределениях с небольшим разбросом увеличение прогрессии дает пропорциональное уменьшение неравенства.

Полученные результаты имеют в первую очередь теоретический характер, однако могут быть использованы при решении практических задач налоговой политики, что было проиллюстрировано с использованием показателей Украины.

Литература

Меркулова, Т.В. (2016). Справедливість, нерівність і економічна ефективність: аналіз та моделювання взаємозв'язків. *Економічна теорія*. № 4, 77–86.

Мороз, К.В. (2016). Розподіл грошових доходів населення України: емпіричний аналіз з використанням логнормальної функції. *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.* Вип. 91, 110–117. (Серія: Економічна)

Стиглиц, Джозеф. А. (2015). Цена неравенства: Чем расслоение общества грозит нашему будущему: пер. с англ. Москва: Эксмо. 512 с.

Antony, B. (1970). Atkinson. On the Measurement on Inequality. *Journal of Economic Theory*. № 2, 244–263.

Borge, Lars-Erik, J.Jorn Rattso. (2004). Income distribution and tax structure: Empirical test of the Meltzer-Richard hypothesis. *European Economic Review*. 48(4), 805–826.

Duncan, D., Sabirianova Peter, K. (2016). Unequal inequalities: Do progressive taxes reduce income inequality. *International Tax and Public Finance*. Vol. 23, issue 4, 762–783. URL: https://link.springer.com/article/10.1007/s10797-016-9412-5.

Gionanny, Vecchi. Measuring, Inequality. 2008. URL: http://siteresources.worldbank.org/PGLP/Resources/inequality_measurement.pdf.

Kuznets, S. (1955). Economic Growth and Income Inequality. *American Economic Review*. Vol. 45. No 1, 1–28.

Fanti, L., Manfredi, P. (2003). Progressive Income Taxation and Economic Cycles: a Multiplier-Accelerator Model. Discussion Papers del Dipartimento di Scienze Economiche. Universita di Pisa. URL: http://www-dse.ec.unipi.it/ricerca/discussion-papers.htm.

Mirrlees, J. A. (1971). An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation. *Review of Economic Studies*. 38(114), 175–208.

References

Merkulova, T.V. (2016). Spravedlyvist, nerivnist i ekonomichna efektyvnist: analiz ta modeliuvannia vzaiemozviazkiv [Justice, inequality and economic efficiency: analysis and modeling of interconnections]. *Ekonomichna teoriia.* № 4, 77–86. (In Ukrainian)

Moroz, K.V. (2016). Rozpodil hroshovykh dokhodiv naselennia Ukrainy: empirychnyi analiz z vykorystanniam lohnormalnoi funktsii [Monetary income distribution in Ukraine: empirical analysis using the lognormal function]. *Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho universytetu imeni v. N. Karazina.* vyp. 91, 110–117. (Seriia: Ekonomichna) (In Ukrainian)

Stiglic, Dzh. A. (2015). Cena neravenstva: chem rassloenie obshhestva grozit nashemu budushhemu. [The price of inequality: How today's divided society endangers our future]: per. s angl. moskva: jeksmo. 512 p. (In Russian)

Antony, B. (1970). Atkinson. On the Measurement on Inequality. *Journal of Economic Theory*. № 2, 244–263.

Borge, Lars-Erik, J.Jorn Rattso. (2004). Income distribution and tax structure: Empirical test of the Meltzer-Richard hypothesis. *European Economic Review*. 48(4), 805–826.
Duncan, D., Sabirianova Peter, K. (2016). Unequal inequalities: Do progressive taxes reduce income inequality. *International Tax and Public Finance*. Vol. 23, issue 4, 762–783. URL: https://link.springer.com/article/10.1007/s10797-016-9412-5.
Gionanny, Vecchi. Measuring, Inequality. 2008. URL: http://siteresources.worldbank.org/PGLP/Resources/inequality_measurement.pdf.
Kuznets, S. (1955). Economic Growth and Income Inequality. *American Economic Review*. Vol. 45. No 1, 1–28.
Fanti, L., Manfredi, P. (2003). Progressive Income Taxation and Economic Cycles: a Multiplier-Accelerator Model. Discussion Papers del Dipartimento di Scienze Economiche. Universita di Pisa. URL: http://www-dse.ec.unipi.it/ricerca/discussion-papers.htm.
Mirrlees, J. A. (1971). An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation. *Review of Economic Studies*. 38(114), 175–208.

Поступление в редакцию 20.07.2017

IMPACT OF PROGRESSIVE TAXATION ON INEQUALITY: ANALYZING THE INEQUALITY DEPENDENCE ON INCOME DISTRIBUTION PARAMETERS AND TAX PROGRESSION

Tatiana Merkulova, Artem Iantsevich

Author affiliation: *Tatiana Merkulova*, Doctor of Economics, Prof., Head, Department of Economic Cybernetics and Applied Economics, Kharkiv Karazin National University. Research field: behavioral and experimental economics, institutional economics, taxation, inequality and growth.
E-mail: tammerkulova@gmail.com
Artem Iantsevich, Doctor of Physics and Mathematics, Prof., Head, Department of Economic Cybernetics and Applied Economics, Kharkiv Karazin National University. Research field: theory of risks; economic applications of the theory of probability and mathematical statistics, the theory of random processes, theories of games. E-mail: cyber.khnu@gmail.com

The article presents an investigation of the direct influence of progressive tax on income distribution and inequality. The case of lognormal distribution and a tax power function is considered. The coefficient Gini is applied to measure income inequality. It is shown that given progressive tax function doesn't change the initial income distribution law: it will be lognormal with parameters depending on initial distribution parameters, tax progression and non-taxable income. The obtained mathematical dependences allow analyzing each parameter's influence on net income distribution and reducing inequality. It is found out that the dependence of Gini coefficient on tax progression is linear if the distribution parameter σ is a small values (a distribution has a small dispersion), and non-linear at big values. The applications of the obtained theoretical findings are presented with a case study on Ukraine.

Key words: progressive income tax, lognormal distribution, income inequality, Gini coefficient.

JEL: D31, C46.