

Т.Е. Унковская, д-р экон. наук
Институт экономики и прогнозирования НАН Украины

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ КРАТКОСРОЧНЫЕ ЦИКЛЫ В ДИНАМИКЕ БАНКОВСКОЙ ЛИКВИДНОСТИ

Исследуются базовые потоки ликвидных средств банка методами системной динамики, что позволяет выявить фундаментальные закономерности, которые заключаются в следующем. Динамика уровня ликвидных средств, порождаемая деятельностью банка по привлечению депозитов и предоставлению кредитов, имеет колебательный характер и является суперпозицией двух компонент – равновесной траектории и осцилляторной функции, отражающей колебания ликвидности относительно этой траектории. То есть существуют циклические колебания ликвидности, которые имеют эндогенную природу и связаны с выполнением банком своей фундаментальной функции. Выявлены закономерности, определяющие фазовую частоту и амплитуду этих колебаний. Полученные результаты могут быть полезны не только для прогнозирования ликвидных рисков отдельного банка, но и для исследования условий деструктивной синхронизации в банковской системе, порождающих системные кризисы.*

Как показывает опыт финансовых кризисов, резкие колебания уровня ликвидности в банковской системе могут быть источником серьёзных проблем не только для финансового сектора, но и для экономики в целом. Если индивидуальные колебания уровней ликвидности отдельных банков не коррелированы, то существует возможность сглаживания этих колебаний и перераспределения ликвидных средств от банков, имеющих их избыток, к банкам, испытывающим их дефицит, через механизмы межбанковских рынков. Однако если критическое снижение уровня ликвидных средств происходит синхронно – и в ряде крупных банков, и на межбанковском рынке, то возникает системный дефицит ликвидных средств, который, сигнализирует о серьёзных предпосылках банковского кризиса. В зависимости от остроты и длительности кризиса ликвидности он может привести к банковской панике, массовому изъятию депозитов, коллапсу кредитования реального сектора и далее – к общей макроэкономической дестабилизации и рецессии. Для предотвращения этих опасных последствий центральные банки, как правило, прибегают к выполнению своей функции кредитора последней инстанции. Однако это, как известно, порождает фундаментальную проблему морального риска (*moral hazard problem*), так как уже само по себе существование этой функции является мощным кризисным фактором, стимулирующим принятие банками на себя повышенных кредитных рисков и потенциальных рисков ликвидности.

* Статья подготовлена в рамках ведомственной научно-исследовательской разработки "Институциональные трансформации социально-экономической системы Украины" (№ 0111U006669).

Современная финансовая система представляет собой сложную глобально разветвлённую сеть, охватывающую различные финансовые институты многих стран. Такие сетевые взаимоотношения, с одной стороны – при сбалансированном развитии – могут способствовать ускорению перелива капитала в наиболее эффективные направления, с другой – при системной недооценке кредитных рисков – стимулировать обострение рисков ликвидности и неконтролируемое распространение кризисных процессов на глобальном уровне. В этом случае могут быть подорваны основы стабильной циркуляции ликвидных средств и в национальных экономиках, и в мировой экономике в целом.

Несмотря на огромное количество работ классических и современных авторов, посвящённых вопросам ликвидности, недостаточно исследованными остаются проблемы, связанные с динамикой ликвидности в сложных финансовых сетях. Большой интерес представляют вопросы взаимосвязи структуры сети и её динамики, в частности, динамики ликвидности. Кроме того, нерешёнными являются проблемы прогнозирования системных рисков финансовых кризисов, которые могут порождаться особыми условиями, при которых происходит синхронизация деструктивных процессов (в том числе критического снижения уровня ликвидности) для субъектов сложной финансовой сети.

Если проанализировать практические срочные меры по реформированию финансового регулирования, которые предпринимаются развитыми странами, то наиболее существенными являются два взаимосвязанных направления. Первое – это реформирование Базельских стандартов банковского регулирования и надзора (Basel III), второе – принятие Конгрессом США закона Додда-Фрэнка (Dodd-Frank Act), ключевым элементом которого является правило Волкера (Volker Rule). Основная идея новых Базельских стандартов – ужесточение требований к крупным банкам по капиталу, ликвидности и оценке рисков. Главные цели закона Додда-Фрэнка – во-первых, ограничить возможности участия депозитных институтов в спекулятивных инвестиционных операциях (proprietary trading), во-вторых, повысить прозрачность рынка кредитных деривативов и операций небанковских финансовых институтов (в частности, хеджевых фондов).

Международные эксперты по-разному оценивают действенность этих реформ. Наша точка зрения ближе к пессимистической оценке их эффективности. Реформы Базельских стандартов основаны на тех же методологических принципах, которые до кризиса порождали принципиальные проблемы – акцент на индивидуальные риски финансовых институтов и невнимание к системным рискам, что, в свою очередь, не позволяет решить вопрос процикличности регулирования. Более того, новые Базельские стандарты могут углубить вторичные негативные эффекты – усложнение конкурентных условий для классических банков, занимающихся кредитованием реального сектора, в пользу финансовых институтов, оперирующих на спекулятивных рынках. Что касается правила Волкера, то после всех корректировок оно стало достаточно далёким от желаемого автором варианта возврата к закону Гласса-Стигала о разделении инвестиционной и коммерческой банковской деятельности (investment and commercial banking).

Очевидно, что процессы реформирования финансового регулирования сопровождаются достаточно жёсткой борьбой вследствие столкновения финансовых, политических и геополитических интересов влиятельных групп. С нашей точки зрения, глобальные институциональные трансформации могут пойти по эффективной траектории только в том случае, если будут найдены точки соприкосновения и конструктивный консенсус между наиболее влиятельными конкурирующими силами. В этой ситуации особенно важной становится роль теоретиков-экономистов. Если экономической науке удастся выявить и показать внутренние механизмы, объективные законы и глубинные причины накопления системных рисков, ставящих под сомнение благосостояние всех участвующих сторон, тогда возникнет прочный фундамент для поиска конструктивного консенсуса. Это аналогично тому, как осознание возможности глобальной экологической катастрофы, опасной для всех конкурирующих групп, приводит к их переориентации с краткосрочных конкурентных интересов на совместные долгосрочные цели сохранения жизни и безопасности.

С этой точки зрения весьма интересными и недостаточно исследованными являются следующие вопросы.

1. Существуют ли некие общие фундаментальные законы, которым подчиняется динамика ликвидных средств экономических систем – субъектов сложных финансовых сетей, при различных условиях внешней среды и различных стратегиях управления?

2. Если таковые законы существуют, то при каких условиях возникают явления синхронизации в динамике ликвидности в сложных финансовых сетях? Каковы пусковые механизмы деструктивного когерентного поведения экономических систем, порождающего системный кризис, который достаточно быстро охватывает глобальную финансовую сеть?

Такая постановка задачи не совсем привычна для экономической теории, однако она вполне традиционна для методологии сложных систем, изучающей внутренние законы развития сложных систем, в том числе экономических. После начала глобального кризиса это направление науки в приложении к экономическим системам получило серьёзный импульс, был опубликован целый ряд работ, в которых кризисные процессы в экономических системах и динамика ликвидности исследовались на базе методологии сложных систем¹. На наш взгляд, особенно плодотворными в применении к финансовым процессам могут быть подходы с позиции развития теории сложных сетей. Эти подходы, основанные на поиске взаимосвязей между структурой сложных сетей и их динамикой,

¹ См.: *Allen F., Gale D.* Understanding Financial Crises. – Oxford, UK: Oxford University Press, 2007; *Allen F., Gale D.* Financial Contagion. – Financial Institutions Center. The Wharton School, University of Pennsylvania, 1998; *Allen W.A., Wood G.* Defining and Achieving Financial Stability // *Journal of Financial Stability*. – 2006. – N 2. – P. 152–172; *Alenton A., Nier E., Yang J., Yorulmazer T.* Networks Models and Financial Stability. – Prepared for WEHIA, 2005; *Aspachs O., Goodhart C.A.E., Tsomocos D.P. Zicchino.* Toward a measure of financial fragility // *Annals of Finance*. – 2007. – January. – N 3 (1). – P. 37–74; *Goodhart C.A.E., Sunirand P., Tsomocos D.P.* A model to analyse financial fragility: applications // *Journal of financial Stability*. – 2004. – N 1. – P. 1–30; *Shin, H.S.* Financial System Liquidity, Asset Prices and Monetary Policy. Reserve Bank of Australia Conference “The Changing Nature of the Business Cycle”, Sydney, 2005, July, 11/12; *Shin H.S.* Liquidity and Twin Crises // *Economic Notes by Banca Monte dei Paschi di Siena*. – 2005. – N 34(3). – P. 257–277; *Alpha C.C.* Fundamental Methods of Mathematical Economics, McGRAW-Hill, 1974; *Yaneer B.-Ya.* Dynamics of Complex Systems. Massachusetts, 1997; *Boccalletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D.-U.* Complex Networks: Structure and Dynamics, 2005.

позволяют исследовать глубинные структурные процессы, которые лежат в основе накопления системных рисков финансовых кризисов.

В данной статье внимание сконцентрировано на первом из поставленных вопросов. В следующем подразделе представлены некоторые теоретические и модельные результаты исследования фундаментальных свойств динамики банковских ликвидных средств.

Теорема о фундаментальных краткосрочных циклах в динамике банковской ликвидности

Для исследования вопросов о принципиальной возможности стихийной синхронизации колебаний ликвидных средств субъектов сложных финансовых сетей и особых условий, при которых она может возникнуть, необходимо понимание фундаментальных законов динамики ликвидности для отдельного элемента сети – коммерческого банка. Рассмотрим этот вопрос более глубоко.

Коммерческий банк представляет собой депозитный финансовый институт, осуществляющий сложный комплекс активных и пассивных банковских операций, направленных на получение прибыли. Базовая модель потоков ликвидных средств в процессе банковской деятельности приведена на рис. 1, где FC, НН, NFC – рыночные контрагенты банка: соответственно финансовые корпорации и ЦБ, домохозяйства, нефинансовые корпорации (предприятия реального сектора экономики).

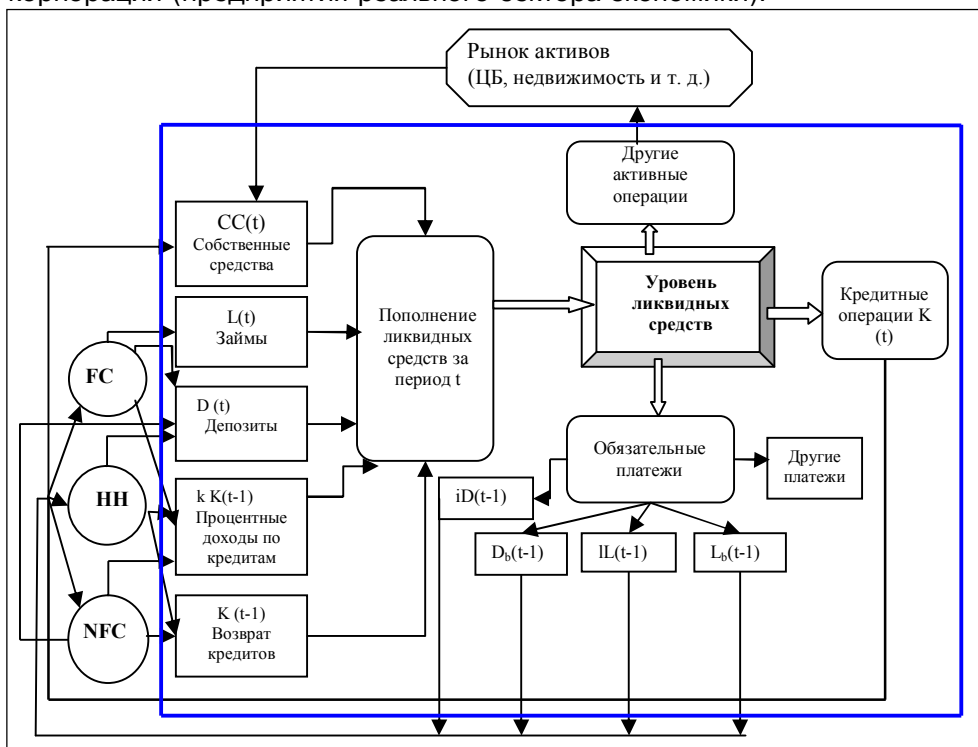


Рисунок 1. Базовая модель потоков ликвидных средств коммерческого банка

Деятельность банковских учреждений в настоящее время так разнообразна, что её действительная сущность оказывается неопределённой. В современном обществе банки занимаются самыми разными видами операций. Они не только обеспечивают денежный оборот и кредитные отношения. Через них осуществляются сложные схемы финансирования, секьюритизации и передачи рисков, страховые операции, купля-продажа ценных бумаг, в том числе кредитных деривативов, валюты, других бизнес-активов, посреднические сделки, управление имуществом, гарантии, поручительство и множество других операций и т. д.

Однако на данном этапе для нас важно выделить те ключевые блоки банковской деятельности, которые должны обеспечивать выполнение *фундаментальной макроэкономической функции банковской системы – оптимального перераспределения финансовых ресурсов в экономике*, то есть:

- 1) мобилизацию временно свободных денежных средств предприятий, организаций, населения и превращение их в капитал;
- 2) кредитование предприятий, государства, населения;
- 3) обеспечение бесперебойного денежного обращения в экономике.

Поэтому в качестве фундаментального блока деятельности банка рассмотрим его деятельность по привлечению депозитов и выдаче кредитов. На первом этапе поставим задачу нахождения **базового уравнения динамики ликвидности банка** на основании исследования этого блока как ключевого звена банковской деятельности, генерирующего потоки ликвидных средств. Дальнейшее расширение модели будет осуществляться за счёт включения в рассмотрение других банковских операций, влияющих на уровень ликвидности и вносящих соответствующие изменения в базовое уравнение.

Введём определение **базовых потоков ликвидности коммерческого банка**.

Определение 1. Базовыми потоками ликвидности коммерческого банка будем называть ликвидные потоки, возникающие в процессе депозитных и кредитных операций банка.

Общая динамическая схема базовых потоков ликвидности представлена на рис. 2.

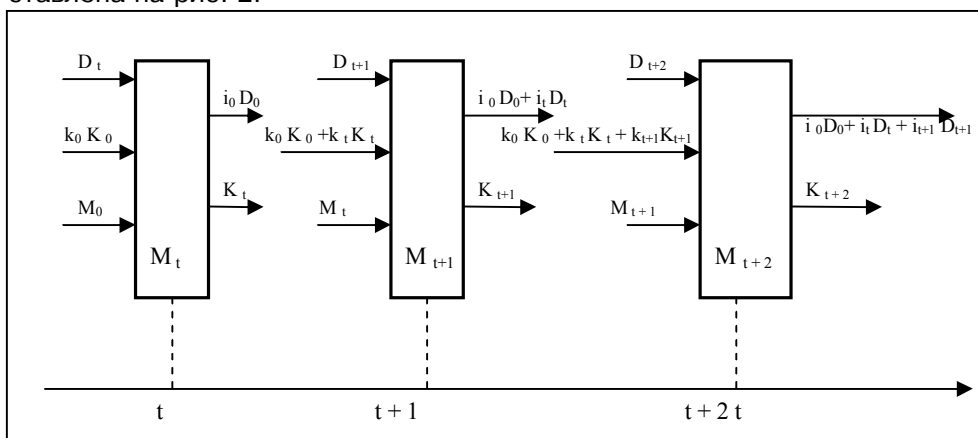


Рисунок 2. Динамическая схема базовых потоков ликвидных средств

Исследование базовых потоков ликвидности банка методами системной динамики показало очень интересную динамическую структуру уровня ликвидных средств как функции от времени. Изменение во времени уровня ликвидных средств $M(t)$ описывается разностным уравнением второго порядка, характеристические корни которого являются комплексно-сопряжёнными числами. Это говорит о том, что динамика уровня $M(t)$ имеет колебательный характер и состоит из суммы двух компонент (двух функций) – равновесного уровня ликвидности и осцилляторной функции, отражающей колебания ликвидности относительно этого равновесного уровня.

То есть естественная динамика базовых потоков ликвидных средств, связанных с выполнением банком своей фундаментальной функции, порождает циклы ликвидности с определённой частотой и амплитудой колебаний. Такие циклы будем называть фундаментальными циклами банковской ликвидности.

На положение равновесной траектории ликвидности влияют начальные условия банка, динамика его конкурентной позиции на рынке депозитных ресурсов, политика привлечения депозитов, уровень доверия к банку и ряд экзогенных параметров. Вторая компонента динамики ликвидности – осцилляторная функция – отражает колебания уровня ликвидных средств вокруг равновесной траектории. Фазовая частота и амплитуда колебаний определяются параметрами кредитной политики банка и коэффициентами своевременности возврата кредитов. Общая схема динамики уровня ликвидных средств банка представлена на рис. 3.

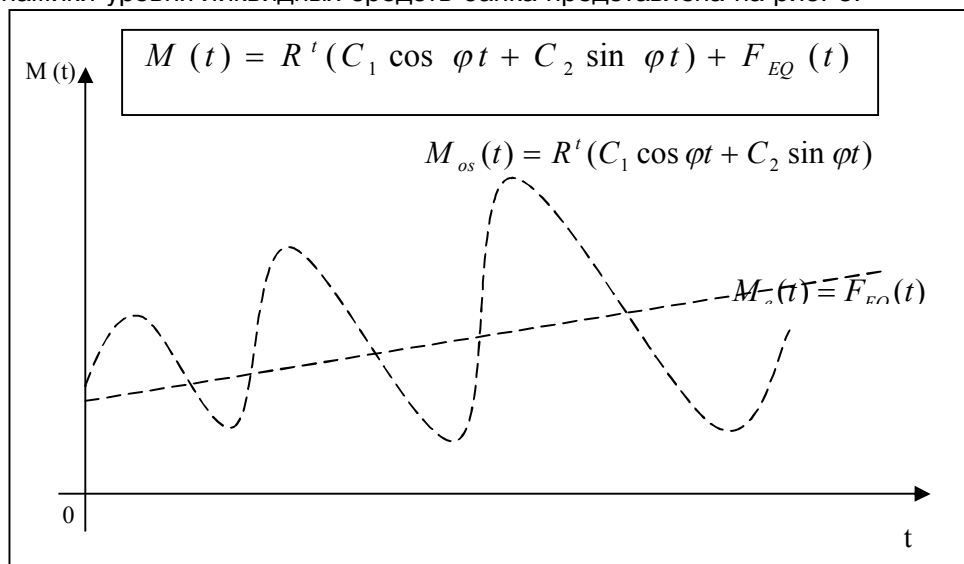


Рисунок 3. Динамика уровня банковских ликвидных средств $M(t)$

Более подробно эти результаты изложены и обоснованы в следующей теореме.

Теорема о фундаментальных краткосрочных циклах в динамике банковской ликвидности: динамика банковских ликвидных средств $M(t)$, соответствующих базовым потокам ликвидности, имеет циклический характер и описывается суммой двух компонент:

$$M(t) = F_{EQ}(t) + F_{OS}(t) = F_{EQ}(t) + R^t (A_1 \cos \theta t + A_2 \sin \theta t),$$

где первая компонента $F_{EQ}(t)$ – равновесная траектория банковской ликвидности; её положение зависит от начальных условий банка, политики банка на рынке финансовых ресурсов, уровня доверия вкладчиков к банку и экзогенных макроэкономических параметров; вторая компонента $F_{OS}(t) = R^t (C_1 \cos \theta t + C_2 \sin \theta t)$ – осцилляторная функция банковской ликвидности, отражающая краткосрочные циклические колебания уровня ликвидных средств вокруг равновесной траектории; фазовая частота и амплитуда этих фундаментальных циклов зависит от начальных условий, кредитной политики банка, коэффициентов своевременности возврата кредитов и ряда экзогенных макроэкономических параметров.

Доказательство. Рассмотрим динамические соотношения, на основании которых формируется уровень банковских ликвидных средств $M(t)$ по базовым потокам ликвидности:

$$M_t = M_0 + D_t - \gamma_0^t D_0 + \alpha_0^t K_0 - K_t, \quad (1)$$

где M_0, D_0, K_0 – начальные условия, соответствующие имеющемуся уровню ликвидных средств, привлечённых депозитов и предоставленных кредитов в начальном периоде t_0 ; γ_i^j – коэффициент депозитных выплат в период j по депозитам, привлечённым в период i (этот коэффициент равен процентной ставке по депозитам в период, когда выплачиваются только проценты: $\gamma_i^j = d_i$, и величине $\gamma_i^j = 1 + d_i$, когда погашается основная сумма депозита и проценты); α_i^j – коэффициент, определяющий процентные поступления в период j по кредитам, предоставленным в период i , при этом: $\alpha_i^j = \beta_i^j k_i$, если в j -м периоде выплачиваются только проценты; $\alpha_i^j = \beta_i^j (1 + k_i)$, если в j -м периоде погашается основная сумма кредита и проценты; где k_i – процентная ставка по кредитам, предоставленным в период i ; β_i^j – коэффициенты своевременного погашения кредитов в соответствующем периоде.

Приращение функции $M(t)$ составит:

$$\Delta M(t+1) = M(t+1) - M(t) = D_{t+1} + \alpha_0^{t+1} K_0 + \alpha_t^{t+1} K_t - \gamma_0^{t+1} D_0 - \gamma_t^{t+1} D_t - K_{t+1}, \quad (2)$$

и, соответственно, второе приращение:

$$\begin{aligned} \Delta M(t+2) = M(t+2) - M(t+1) = & D_{t+2} - \gamma_0^{t+2} D_0 - \gamma_t^{t+2} D_t - \gamma_{t+1}^{t+2} D_{t+1} + \\ & + \alpha_0^{t+2} K_0 + \alpha_t^{t+2} K_t + \alpha_{t+1}^{t+2} K_{t+1} - K_{t+2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Выражая величины K_t, K_{t+1} соответственно из (1) и (2) и подставляя их в выражение (3), после несложных алгебраических преобразований получим разностное уравнение второго порядка:

$$M_{t+2} + a_1 M_{t+1} + a_2 M_t = A(t), \quad (4)$$

где коэффициенты разностного уравнения $a_1 = \alpha_{t+1}^{t+2}$, $a_2 = \alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1}\alpha_{t+1}^{t+2}$ определяются кредитными ставками, сроками предоставленных кредитов и своевременностью погашения кредитов заёмщиками.

Правая часть разностного уравнения определяется соотношением:

$$A(t) = D_{t+2} - D_0(\gamma_0^{t+2} + \alpha_t^{t+2}\gamma_0^t + \alpha_{t+1}^{t+2}\gamma_0^{t+1} + \alpha_t^{t+1}\gamma_0^t) - D_t(\gamma_t^{t+2} + \alpha_t^{t+2} + \alpha_{t+1}^{t+2}\gamma_t^{t+1} - \alpha_t^{t+1}) - D_{t+1}(\gamma_{t+1}^{t+2} - \alpha_{t+1}^{t+2}) + K_0(\alpha_0^{t+2} + \alpha_t^{t+2}\alpha_0^t + \alpha_{t+1}^{t+2}\alpha_0^{t+1}) + M_0(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1}),$$

или в более компактном виде:

$$A(t) = D_{t+2} - \gamma_0 D_0 - \gamma_t D_t - \gamma_{t+1} D_{t+1} + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0, \quad (5)$$

где коэффициенты

$$\gamma_0 = \gamma_0^{t+2} + \alpha_t^{t+2}\gamma_0^t + \alpha_{t+1}^{t+2}\gamma_0^{t+1} + \alpha_t^{t+1}\gamma_0^t; \quad \gamma_t = \gamma_t^{t+2} + \alpha_t^{t+2} + \alpha_{t+1}^{t+2}\gamma_t^{t+1} - \alpha_t^{t+1};$$

$$\gamma_{t+1} = \gamma_{t+1}^{t+2} - \alpha_{t+1}^{t+2}; \quad \alpha_0 = \alpha_0^{t+2} + \alpha_t^{t+2}\alpha_0^t + \alpha_{t+1}^{t+2}\alpha_0^{t+1}; \quad m_0 = \alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1}$$

задаются начальными условиями, политикой банка по привлечению депозитов, уровнем доверия вкладчиков к банку, экзогенными экономическими параметрами.

Характеристическое уравнение для (4) имеет вид:

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = A. \quad (6)$$

Соответственно, его характеристические корни равны:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} = \frac{-\alpha_{t+1}^{t+2} \pm \sqrt{(\alpha_{t+1}^{t+2})^2 - 4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1}\alpha_{t+1}^{t+2})}}{2}.$$

Для условий

$$(\alpha_{t+1}^{t+2})^2 < 4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1}\alpha_{t+1}^{t+2}), \quad (7)$$

которые характерны для нормального ведения банковского бизнеса, дискриминант отрицательный и, следовательно, характеристические корни являются комплексно-сопряжёнными числами:

$$\lambda_1 = h + i\varphi, \lambda_2 = h - i\varphi,$$

где

$$h = \frac{-\alpha_{t+1}^{t+2}}{2}; \quad \varphi = \frac{\sqrt{4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1}\alpha_{t+1}^{t+2}) - (\alpha_{t+1}^{t+2})^2}}{2}.$$

Уравнение (4) – это неоднородное линейное разностное уравнение второго порядка. Его общее решение $M(t)$ представляет собой сумму двух компонент: частного решения $M_p(t)$ неоднородного уравнения (4) и общего решения $M_c(t)$ однородного уравнения (8):

$$M_{t+2} + a_1 M_{t+1} + a_2 M_t = 0, \quad (8)$$

то есть $M(t) = M_p(t) + M_c(t)$.

Общее решение $M_c(t)$ уравнения (8) представляет собой функцию:

$$M_c(t) = C_1 \lambda_1^t + C_2 \lambda_2^t = C_1 (h + i\varphi)^t + C_2 (h - i\varphi)^t. \quad (9)$$

В соответствии с теоремой Муавра (De Moivre's Theorem),

$$(h \pm i\varphi)^t = R^t (\cos \theta t \pm i \sin \theta t),$$

где

$$R = \sqrt{h^2 + \varphi^2} = \sqrt{a_2} = \sqrt{\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}},$$

$\theta \in [0; 2\pi)$ такое, что

$$\cos \theta = \frac{h}{R} = -\frac{a_1}{2\sqrt{a_2}} = -\frac{\alpha_{t+1}^{t+2}}{2\sqrt{\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}}},$$

$$\sin \theta = \frac{\varphi}{R} = \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{4a_2}} = \sqrt{1 - \frac{(\alpha_{t+1}^{t+2})^2}{4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2})}}.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} M_C(t) &= C_1 R^t (\cos \theta t + i \sin \theta t) + C_2 R^t (\cos \theta t - i \sin \theta t) = \\ &= R^t [(C_1 + C_2) \cos \theta t + (C_1 - C_2) i \sin \theta t, \end{aligned}$$

то есть мы получили **уравнение, описывающее фундаментальные циклы**:

$$M_C(t) = R^t [A_1 \cos \theta t + A_2 \sin \theta t] = F_{OS}(t),$$

где $A_1 = C_1 + C_2$, $A_2 = i(C_1 - C_2)$.

Далее найдём частное решение $M_P(t)$ уравнения (4), то есть равновесную траекторию, вокруг которой колеблется уровень ликвидных средств:

$$M_P(t) = F_{EQ}(t).$$

По определению частного решения неоднородного уравнения (4):

$$F_{EQ_{t+2}} + a_1 F_{EQ_{t+1}} + a_2 F_{EQ_t} = A(t),$$

где $A(t)$ задаётся соотношением (5).

Рассмотрим несколько возможных вариантов поведения $A(t)$ в зависимости от динамики потоков привлекаемых депозитов.

Первый вариант. Потоки депозитов в среднем за рассматриваемый период $(0; T)$ являются постоянными: $D_t = D_{t+1} = D_{t+2} = D_0 = D$.

Исходя из (5), в этом простейшем случае правая часть уравнения (4) приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} A(t) &= D_{t+2} - \gamma_0 D_0 - \gamma_t D_t - \gamma_{t+1} D_{t+1} + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0 = \\ &= D(1 - \gamma_0 - \gamma_t - \gamma_{t+1}) + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0. \end{aligned}$$

Тогда

$$F_{EQ_{t+2}} + a_1 F_{EQ_{t+1}} + a_2 F_{EQ_t} = A(t) = D(1 - \gamma_0 - \gamma_t - \gamma_{t+1}) + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0,$$

Отсюда $F_{EQ} = D(1 - \gamma_0 + \gamma_t + \gamma_{t+1}) + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0$ – равновесный уровень, вокруг которого происходят колебания банковских ликвидных средств.

Осцилляции ликвидности в случае постоянных депозитных потоков описываются функцией:

$$F_{OS}(t) = M_p(t) = R^t (C_1 \cos \theta t + C_2 \sin \theta t) = [k(k+1)]^{\frac{t}{2}} (C_1 \cos \theta t + C_2 \sin \theta t), \quad (10)$$

где $\theta \in [0; 2\pi)$, $\theta = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{k+0,75}{k+1}}\right) \pm \pi n$.

Полученная осцилляторная функция (10) позволяет обнаружить очень интересные особенности колебаний ликвидности для различных значений процентных ставок по кредитам. Из (10) ясно, что режим колебаний ликвидности зависит от значения выражения $R(t) = k(k+1)^{\frac{t}{2}}$:

1) если $k(k+1) > 1$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) \rightarrow \infty$, следовательно, **колебания**

ликвидности имеют характер усиливающихся (взрывных) осцилляций (рис. 4);

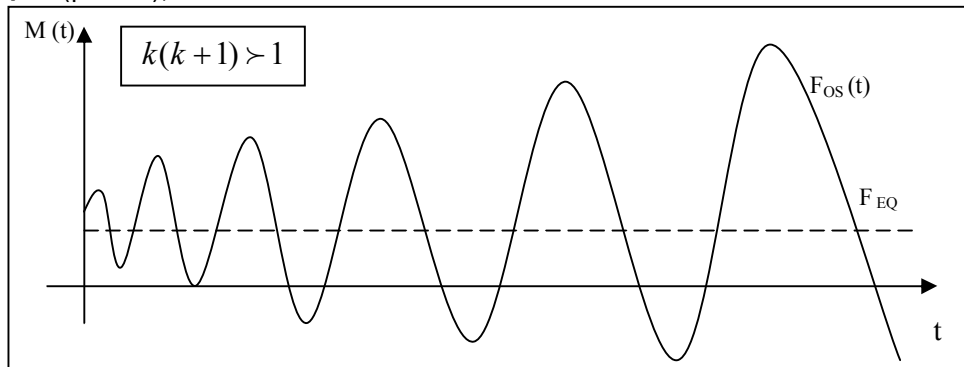


Рисунок 4. Усиливающиеся (взрывные) осцилляции

2) если $k(k+1) < 1$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) \rightarrow 0$, то есть **колебания ликвид-**

ности имеют характер затухающих осцилляций (рис. 5);

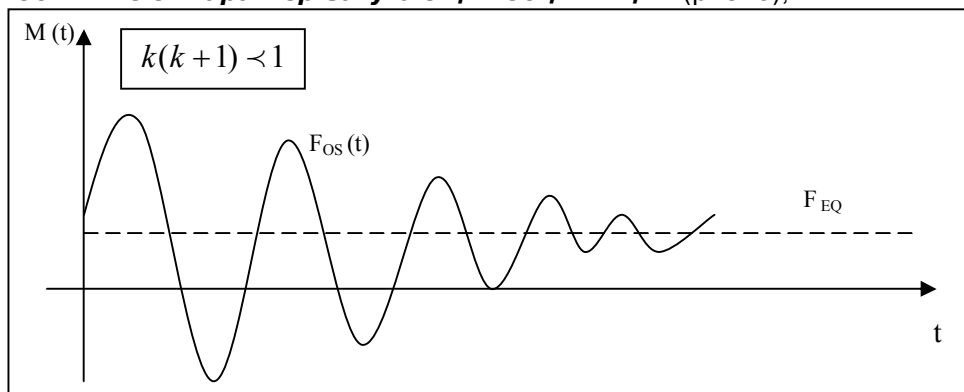


Рисунок 5. Затухающие осцилляции

3) если же $k(k+1) = 1$, то $R(t) = 1$, то есть **колебания ликвидности имеют характер стабильных осцилляций с постоянной амплитудой колебаний** (рис. 6).

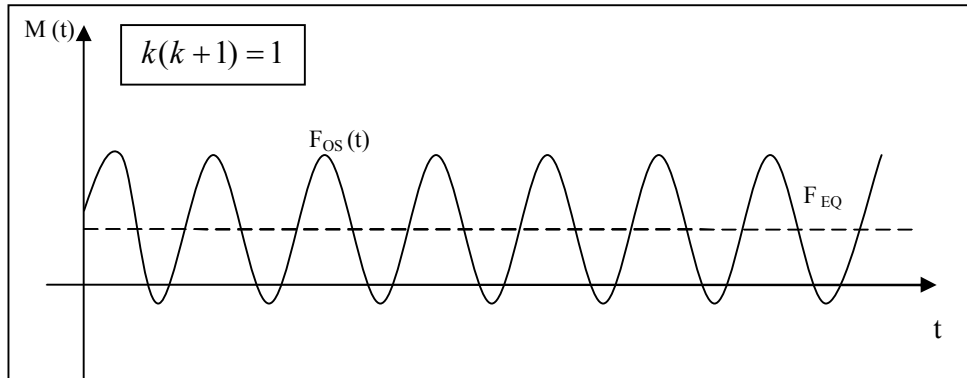


Рисунок 6. Колебания с постоянной амплитудой

Очень интересно то, что значение процентной ставки по кредитам, которое является **точкой переключения k^* режима колебаний от стабильного** (затухающих осцилляций и осцилляций с постоянной амплитудой) **к нестабильному режиму** (взрывным осцилляциям) **является точкой золотого сечения:**

k^* – положительное решение уравнения $k^2 + k - 1 = 0$, то есть $k^* = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,62$ (точка золотого сечения отрезка $[0;1]$) (рис. 7).

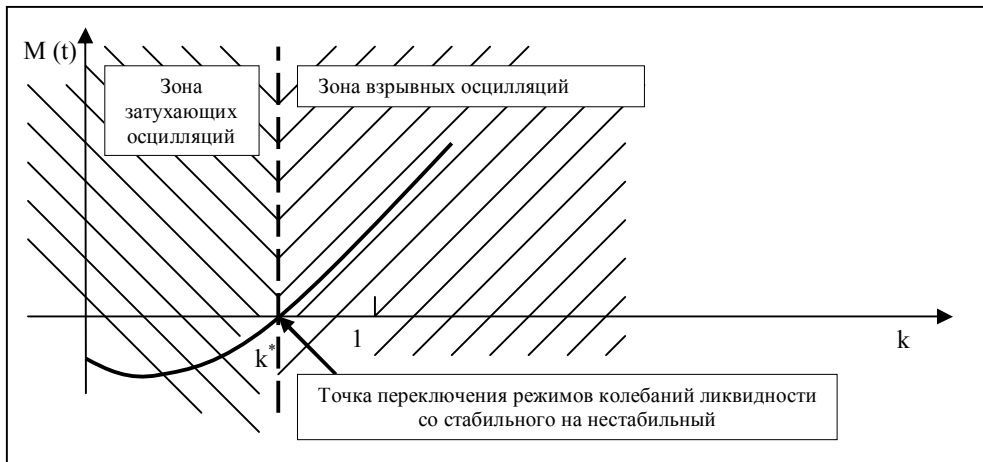


Рисунок 7. Переключение режимов колебаний банковской ликвидности

Второй вариант. Потоки депозитов изменяются во времени в зависимости от политики банка по привлечению депозитов, уровня доверия вкладчиков, экзогенных параметров, характеризующих общую макроэкономическую ситуацию.

Если зависимость потоков депозитов от времени описать функцией:

$$D_t = D_0(1 + \beta_t t), \text{ где } \beta_t \text{ характеризует совокупное воздействие}$$

перечисленных факторов в периоде t , то правая часть уравнения (4) приобретает вид:

$$A(t) = D_{t+2} - \gamma_0 D_0 - \gamma_t D_t - \gamma_{t+1} D_{t+1} + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0 =$$

$$\begin{aligned}
 &= D_0[1 + \beta_{t+2}t - \gamma_0 - \gamma_t(1 + \beta_t t) - \gamma_{t+1}(1 + \beta_{t+1}t)] + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0 = \\
 &= D_0[1 - \gamma_0 - \gamma_t - \gamma_{t+1} + (\beta_{t+2} - \gamma_t \beta_t - \gamma_{t+1} \beta_{t+1})t] + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0 = \\
 &= F_1 + F_2 t,
 \end{aligned}$$

где

$$F_1 = D_0[1 - \gamma_0 - \gamma_t - \gamma_{t+1}] + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0,$$

$$F_2 = D_0(\beta_{t+2} - \gamma_t \beta_t - \gamma_{t+1} \beta_{t+1})t.$$

Тогда равновесная траектория определяется из соотношения:

$$F_{EQ_{t+2}} + a_1 F_{EQ_{t+1}} + a_2 F_{EQ_t} = A(t) = F_1 + F_2 t.$$

Отсюда

$$F_{EQ}(t) = \left(\frac{F_1}{a_2} - \frac{a_1 F_2}{a_2^2} \right) + \frac{F_2}{a_2} t.$$

Таким образом, динамика уровня банковских ликвидных средств задаётся соотношением, представляющим собой сумму двух компонент:

$$M(t) = F_{EQ}(t) + F_{OS}(t) = F_{EQ}(t) + R'(A_1 \cos \theta t + A_2 \sin \theta t), \quad (10)$$

где

1) равновесный уровень ликвидности:

$$F_{EQ}(t) = \left(\frac{F_1}{a_2} - \frac{a_1 F_2}{a_2^2} \right) + \frac{F_2}{a_2} t$$

определяется начальными условиями $\gamma_0 D_0, \alpha_0 K_0, m_0 M_0$, а также политической банка на рынке финансовых ресурсов, уровнем доверия вкладчиков к банку и экзогенными макроэкономическими параметрами;

2) циклические колебания ликвидности вокруг равновесного уровня задаются осцилляторной функцией

$$F_{OS}(t) = R'[A_1 \cos \theta t + A_2 \sin \theta t].$$

Фазовая частота колебаний ликвидности определяется соотношениями:

$$\theta \in [0; 2\pi)$$

такое, что

$$\begin{aligned}
 \cos \theta &= -\frac{\alpha_{t+1}^{t+2}}{2\sqrt{\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}}}, \\
 \sin \theta &= \sqrt{1 - \frac{(\alpha_{t+1}^{t+2})^2}{4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2})}},
 \end{aligned}$$

и зависит от параметров кредитной политики банка и коэффициентов своевременного возврата кредитов.

Амплитуда циклических колебаний определяется значениями $R = \sqrt{\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}}, A_1, A_2$. В зависимости от этих значений колебания могут иметь равномерный, затухающий или усиливающийся характер.

Итак, в статье представлены результаты, проясняющие определённые фундаментальные закономерности в динамике колебаний банковской ликвидности. Это даёт основания рассматривать банк как сложную динамическую систему, которая вследствие своего внутреннего устройства неизбежно порождает колебания уровня ликвидных средств, описываемые функцией $M(t)$. То есть с точки зрения динамики ликвидности банк по своей природе является осциллятором. Это помогает более глубоко понять внутреннюю природу системных рисков, которым может быть подвержена финансовая система в целом. Так как современная финансовая система – это сложная сеть, элементами которой являются осцилляторы, то возникает ненулевая вероятность деструктивной синхронизации этих осцилляторов, что может привести к коллапсу всей системы. Таким образом, мы продвинулись в разработке теоретической основы для поиска условий, при которых в сложных финансовых сетях могут накапливаться риски системного кризиса ликвидности.