

Т.Є.УНКОВСЬКА, д-р екон. наук

Інститут економіки та прогнозування НАН України

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ КОРОТКОСТРОКОВІ ЦИКЛИ В ДИНАМІЦІ БАНКІВСЬКОЇ ЛІКВІДНОСТІ

Досліджено базові потоки ліквідних коштів банку методами системної динаміки, що дозволяє виявити фундаментальні закономірності, які полягають у такому. Динаміка рівня ліквідних коштів, породжувана діяльністю банку з залучення депозитів і надання кредитів, має осциляторний характер і є суперпозицією двох компонент – рівноважної траєкторії й осциляторної функції, що відображає коливання ліквідності стосовно цієї траєкторії. Тобто існують циклічні коливання ліквідності, які мають ендогенну природу і пов'язані з виконанням банком своєї фундаментальної функції. Виявлено закономірності, які визначають фазову частоту й амплітуду цих коливань. Отримані результати можуть бути корисними не лише для прогнозування ліквідних ризиків окремого банку, а і для дослідження умов деструктивної синхронізації в банківській системі, які породжують системні кризи.*

Як показує досвід фінансових криз, різкі коливання рівня ліквідності в банківській системі можуть бути джерелом серйозних проблем не лише для фінансового сектора, але і для економіки в цілому. Якщо індивідуальні коливання рівнів ліквідності окремих банків не корельовані, то існує можливість згладжування цих коливань і перерозподілу ліквідних коштів від банків, що мають їх надлишок, до банків з їх дефіцитом, через механізми міжбанківських ринків. Проте якщо критичне зниження рівня ліквідних коштів відбувається синхронно – і в низці великих банків, і на міжбанківському ринку, то виникає системний дефіцит ліквідних коштів, який, сигналізує про серйозні передумови банківської кризи. Залежно від гостроти і тривалості кризи ліквідності вона може призвести до банківської паніки, масового вилучення депозитів, колапсу кредитування реального сектора і далі – до загальної макроекономічної дестабілізації та рецесії. Для запобігання цим небезпечним наслідкам центральні банки, як правило, вдаються до виконання своєї функції кредитора останньої інстанції. Проте це, як відомо, породжує фундаментальну проблему морального ризику (*moral hazard problem*), оскільки вже само по собі існування цієї функції є могутнім кризовим чинником, який стимулює перейняття банками на себе підвищених кредитних ризиків і потенційних ризиків ліквідності.

Сучасна фінансова система є складною глобально розгалуженою мережею, що охоплює різні фінансові інститути багатьох країн. Такі мережеві відносини, з одного боку – збалансованого розвитку – можуть сприя-

* Стаття підготовлена в рамках відомчої науково-дослідної розробки "Інституційні трансформації соціально-економічної системи України" (№ 0111U006669).

ти прискоренню переливу капіталу в ефективніші напрями, з іншого – за системної недооцінки кредитних ризиків – стимулювати загострення ризиків ліквідності та неконтрольоване поширення кризових процесів на глобальному рівні. У цьому разі можуть бути підірвані основи стабільної циркуляції ліквідних коштів і в національних економіках, і у світовій економіці загалом.

Незважаючи на величезну кількість праць класичних і сучасних авторів, присвячених питанням ліквідності, недостатньо дослідженими залишаються проблеми, пов'язані з динамікою ліквідності у складних фінансових мережах. Значний інтерес викликають питання взаємозв'язку структури мережі та її динаміки, зокрема, динаміки ліквідності. Крім того, нерозв'язаними є проблеми прогнозування системних ризиків фінансових криз, що можуть породжуватися особливими умовами, за яких відбувається синхронізація деструктивних процесів (зокрема, критичного зниження рівня ліквідності) для суб'єктів складної фінансової мережі.

Якщо проаналізувати практичні термінові заходи з реформування фінансового регулювання, які здійснюють розвинені країни, то найсуттєвішими є два взаємозв'язані напрями. Перше – це реформування Базельських стандартів банківського регулювання і нагляду (Basel III), друге – ухвалення Конгресом США закону Додда-Френка (Dodd-Frank Act), ключовим елементом якого є правило Волкера (Volker Rule). Основна ідея нових Базельських стандартів – посилення вимог до великих банків щодо капіталу, ліквідності й оцінки ризиків. Головні цілі закону Додда-Френка – поперше, обмежити можливості участі депозитних інститутів у спекулятивних інвестиційних операціях (proprietary trading), по-друге, підвищити прозорість ринку кредитних деривативів і операцій небанківських фінансових інститутів (зокрема, хеджевих фондів).

Міжнародні експерти по-різному оцінюють дієвість цих реформ. Наша точка зору ближча до песимістичної оцінки їх ефективності. Реформи Базельських стандартів засновані на тих самих методологічних принципах, які до кризи породжували принципові проблеми – акцент на індивідуальні ризики фінансових інститутів і неухвагу до системних ризиків, що, своєю чергою, не дозволяє розв'язати питання проциклічності регулювання. Більше за те, нові Базельські стандарти можуть поглибити вторинні негативні ефекти – ускладнення конкурентних умов для класичних банків, що займаються кредитуванням реального сектора, на користь фінансових інститутів, що оперують на спекулятивних ринках. Що стосується правила Волкера, то після всіх коригувань воно стало доволі далеким від бажаного автором варіанта повернення до закону Гласса-Стігала про розділення інвестиційної та комерційної банківської діяльності (investment and commercial banking).

Очевидно, що процеси реформування фінансового регулювання супроводжуються досить жорсткою боротьбою внаслідок зіткнення фінансових, політичних і геополітичних інтересів впливових груп. На наш погляд, глобальні інституційні трансформації можуть піти ефективною траєкторією лише в тому разі, якщо будуть знайдені точки спільних інтересів і кон-

структивний консенсус між найвпливовішими конкуруючими силами. У цій ситуації особливо важливою стає роль теоретиків-економістів. Якщо економічній науці вдасться виявити і показати внутрішні механізми, об'єктивні закони і глибинні причини нагромадження системних ризиків, що ставлять під сумнів добробут усіх задіяних сторін, тоді виникне міцний фундамент для пошуку конструктивного консенсусу. Це аналогічно тому, як усвідомлення можливості глобальної екологічної катастрофи, небезпечної для всіх конкуруючих груп, приводить до їх переорієнтації з короткострокових конкурентних інтересів на спільні довгострокові цілі збереження життя і безпеки.

З цієї точки зору вельми важливими і недостатньо дослідженими є такі питання.

1. Чи існують певні загальні фундаментальні закони, яким підпорядковується динаміка ліквідних коштів економічних систем – суб'єктів складних фінансових мереж, за різних умов зовнішнього середовища і різних стратегій управління?

2. Якщо такі закони існують, то за яких умов виникають явища синхронізації в динаміці ліквідності у складних фінансових мережах? Якими є пускові механізми деструктивної когерентної поведінки економічних систем, що породжує системну кризу, яка досить швидко охоплює глобальну фінансову мережу?

Така постановка завдання не зовсім звична для економічної теорії, проте вона цілком традиційна для методології складних систем, яка вивчає внутрішні закони розвитку складних систем, зокрема економічних. Після початку глобальної кризи цей напрям науки стосовно економічних систем отримав серйозний імпульс, було опубліковано цілу низку праць, у яких кризові процеси в економічних системах і динаміку ліквідності досліджено на базі методології складних систем¹. На наш погляд, особливо плідними в застосуванні до фінансових процесів можуть бути підходи з позиції розвитку теорії складних мереж. Ці підходи, засновані на пошуку взаємозв'язків між структурою складних мереж та їх динамікою, дозволяють досліджувати глибинні структурні процеси, які лежать в основі накопичення системних ризиків фінансових криз.

¹ См.: *Allen F., Gale D.* Understanding Financial Crises. – Oxford, UK: Oxford University Press, 2007; *Allen F., Gale D.* Financial Contagion. – Financial Institutions Center. The Wharton School, University of Pennsylvania, 1998; *Allen W.A., Wood G.* Defining and Achieving Financial Stability // *Journal of Financial Stability*. – 2006. – N 2. – P. 152–172; *Alenton A., Nier E., Yang J., Yorulmazer T.* Networks Models and Financial Stability. – Prepared for WEHIA, 2005; *Aspachs O., Goodhart C.A.E., Tsomocos D.P. Zicchino.* Toward a measure of financial fragility // *Annals of Finance*. – 2007. – January. – N 3 (1). – P. 37–74; *Goodhart C.A.E., Sunirand P., Tsomocos D.P.* A model to analyse financial fragility: applications // *Journal of Financial Stability*. – 2004. – N 1. – P. 1–30; *Shin, H.S.* Financial System Liquidity, Asset Prices and Monetary Policy. Reserve Bank of Australia Conference “The Changing Nature of the Business Cycle”, Sydney, 2005, July, 11/12; *Shin H.S.* Liquidity and Twin Crises // *Economic Notes by Banca Monte dei Paschi di Siena*. – 2005. – N 34 (3). – P. 257–277; *Alpha C.C.* Fundamental Methods of Mathematical Economics, McGRAW-Hill, 1974; *Yaneer B.-Ya.* Dynamics of Complex Systems. Massachusetts, 1997; *Bocaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D.-U.* Complex Networks: Structure and Dynamics, 2005.

У цій статті увагу сконцентровано на першому з поставлених питань. У наступному підрозділі подано деякі теоретичні та модельні результати дослідження фундаментальних властивостей динаміки банківських ліквідних коштів.

Теорема про фундаментальні короткострокові цикли в динаміці банківської ліквідності

Для дослідження питань про принципову можливість стихійної синхронізації коливань ліквідних коштів суб'єктів складних фінансових мереж і особливих умов, за яких вона може виникнути, потрібне розуміння фундаментальних законів динаміки ліквідності для окремого елемента мережі – комерційного банку. Розглянемо це питання глибше.

Комерційний банк являє собою депозитний фінансовий інститут, який здійснює складний комплекс активних і пасивних банківських операцій, спрямованих на отримання прибутку. Базову модель потоків ліквідних коштів у процесі банківської діяльності наведено на рис. 1, де FC, НН, NFC – ринкові контрагенти банку: відповідно фінансові корпорації та ЦБ, домогосподарства, нефінансові корпорації (підприємства реального сектора економіки).

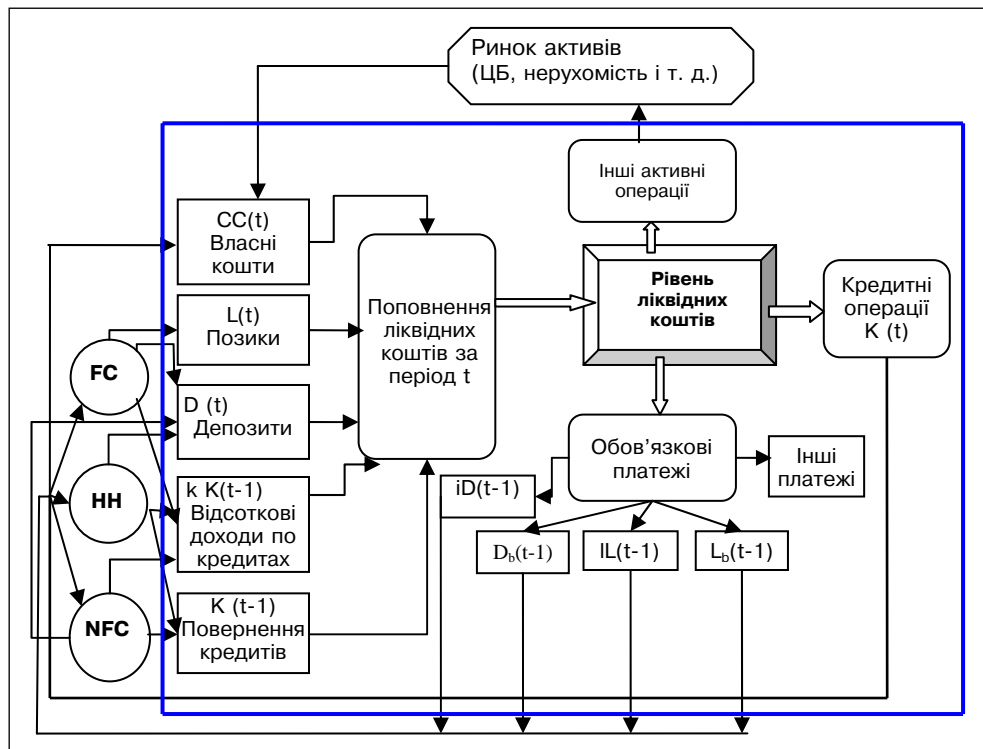


Рисунок 1. Базова модель потоків ліквідних коштів комерційного банку

Діяльність банківських установ сьогодні є такою різнобічною, що її справжня сутність виявляється невизначеною. У сучасному суспільстві ба-

нки здійснюють найрізноманітніші види операцій. Вони не лише забезпечують грошовий обіг і кредитні відносини. Через них здійснюються складні схеми фінансування, сек'юритизації та передання ризиків, страхові операції, купівля-продаж цінних паперів, зокрема кредитних деривативів, валют, інших бізнес-активів, посередницькі операції, управління майном, гарантії, поручництво і безліч інших операцій тощо.

Проте на цьому етапі для нас важливо виокремити ті ключові блоки банківської діяльності, які мають забезпечувати виконання *фундаментальної макроекономічної функції банківської системи – оптимального перерозподілу фінансових ресурсів в економіці*, тобто:

- 1) мобілізацію тимчасово вільних коштів підприємств, установ, населення і перетворення їх на капітал;
- 2) кредитування підприємств, держави, населення;
- 3) забезпечення безперервного грошового обігу в економіці.

Тому як фундаментальний блок діяльності банку розглянемо його діяльність із залучення депозитів і видання кредитів. На першому етапі поставимо завдання знаходження **базового рівняння динаміки ліквідності банку** на підставі дослідження цього блоку як ключової ланки банківської діяльності, що генерує потоки ліквідних коштів. Подальше розширення моделі здійснюватиметься за рахунок включення в розгляд інших банківських операцій, що впливають на рівень ліквідності та вносять відповідні зміни до базового рівняння.

Введемо визначення **базових потоків ліквідності комерційного банку**.

Визначення 1. Базовими потоками ліквідності комерційного банку називатимемо ліквідні потоки, що виникають у процесі депозитних і кредитних операцій банку.

Загальну динамічну схему базових потоків ліквідності подано на рис. 2.

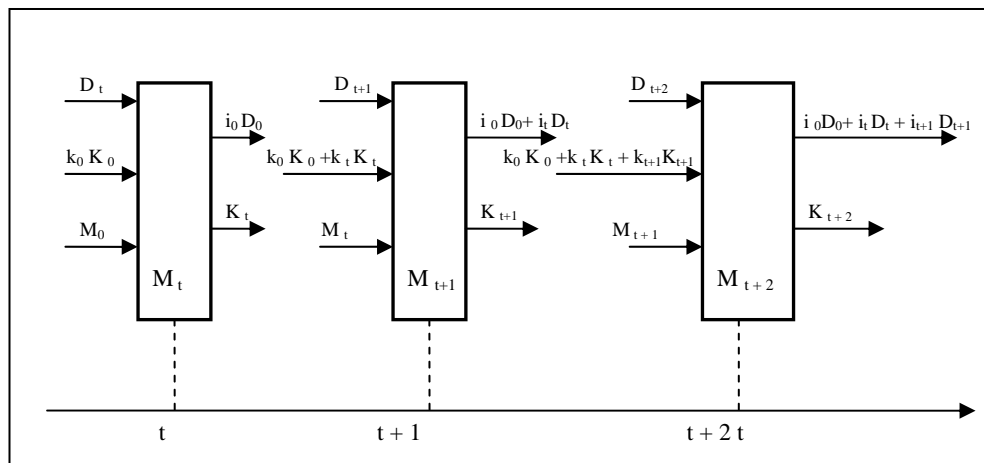


Рисунок 2. Динамічна схема базових потоків ліквідних коштів

Дослідження базових потоків ліквідності банку методами системної динаміки показало дуже цікаву динамічну структуру рівня ліквідних коштів як функції від часу. Зміна в часі рівня ліквідних коштів $M(t)$ описується різницеvim рівнянням другого порядку, характеристичні корені якого є комплексно-сполученими числами. Це свідчить про те, що динаміка рівня $M(t)$ має осциляторний характер і складається з суми двох компонент (двох функцій) – рівноважного рівня ліквідності й осциляторної функції, що відображає коливання ліквідності стосовно цього рівноважного рівня.

Тобто природна динаміка базових потоків ліквідних коштів, пов'язаних із виконанням банком своєї фундаментальної функції, породжує цикли ліквідності з певною частотою й амплітудою коливань. Такі цикли називатимемо фундаментальними циклами банківської ліквідності.

На положення рівноважної траєкторії ліквідності впливають початкові умови банку, динаміка його конкурентної позиції на ринку депозитних ресурсів, політика залучення депозитів, рівень довіри до банку і низка екзогенних параметрів. Друга компонента динаміки ліквідності – осциляторна функція – відображає коливання рівня ліквідних коштів навколо рівноважної траєкторії. Фазову частоту й амплітуду коливань визначають параметрами кредитної політики банку і коефіцієнтами своєчасності повернення кредитів. Загальну схему динаміки рівня ліквідних коштів банку подано на рис. 3.

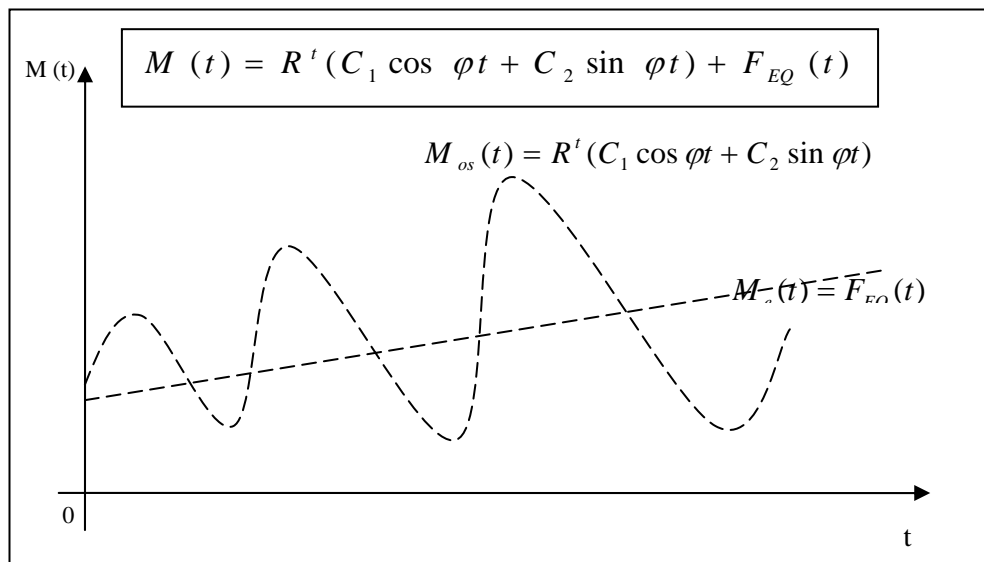


Рисунок 3. Динаміка рівня банківських ліквідних коштів $M(t)$

Докладніше ці результати викладено й обґрунтовано в такій теоремі.

Теорема про фундаментальні короткострокові цикли в динаміці банківської ліквідності: динаміка банківських ліквідних коштів $M(t)$, відповідних базовим потокам ліквідності, має циклічний характер і описується сумою двох компонент:

$$M(t) = F_{EQ}(t) + F_{OS}(t) = F_{EQ}(t) + R^t (A_1 \cos \theta t + A_2 \sin \theta t),$$

де перша компонента $F_{EQ}(t)$ – рівноважна траєкторія банківської ліквідності; її положення залежить від початкових умов, політики банку на ринку фінансових ресурсів, рівня довіри вкладників до банку й екзогенних макроекономічних параметрів; друга компонента $F_{OS}(t) = R^t (C_1 \cos \theta t + C_2 \sin \theta t)$ – осциляторна функція банківської ліквідності, що відображає короткострокові циклічні коливання рівня ліквідних коштів навколо рівноважної траєкторії; фазова частота й амплітуда цих фундаментальних циклів залежить від початкових умов, кредитної політики банку, коефіцієнтів своєчасності повернення кредитів і низки екзогенних макроекономічних параметрів.

Доказ. Розглянемо динамічні співвідношення, на підставі яких формується рівень банківських ліквідних коштів $M(t)$ по базових потоках ліквідності:

$$M_t = M_0 + D_t - \gamma_0^t D_0 + \alpha_0^t K_0 - K_t, \quad (1)$$

де M_0, D_0, K_0 – початкові умови, відповідні наявному рівню ліквідних коштів, залучених депозитів і наданих кредитів у початковому періоді t_0 ; γ_i^j – коефіцієнт депозитних виплат у період j по депозитах, залучених у період i (цей коефіцієнт дорівнює відсотковій ставці по депозитах у період, коли виплачуються тільки відсотки: $\gamma_i^j = d_i$, і величині $\gamma_i^j = 1 + d_i$, коли погашається основна сума депозиту і відсотки); α_i^j – коефіцієнт, що визначає відсоткові надходження в період j по кредитах, наданих у період i , при цьому: $\alpha_i^j = \beta_i^j k_i$, якщо в j -м періоді виплачуються лише відсотки; $\alpha_i^j = \beta_b^j (1 + k_i)$, якщо в j -м періоді погашається основна сума кредиту і відсотки; де k_i – відсоткова ставка по кредитах, наданих у період i ; β_i^j – коефіцієнти своєчасного погашення кредитів у відповідному періоді.

Приріст функції $M(t)$ становитиме:

$$\Delta M(t+1) = M(t+1) - M(t) = D_{t+1} + \alpha_0^{t+1} K_0 + \alpha_t^{t+1} K_t - \gamma_0^{t+1} D_0 - \gamma_t^{t+1} D_t - K_{t+1}, \quad (2)$$

і, відповідно, другий приріст:

$$\begin{aligned} \Delta M(t+2) = M(t+2) - M(t+1) = & D_{t+2} - \gamma_0^{t+2} D_0 - \gamma_t^{t+2} D_t - \gamma_{t+1}^{t+2} D_{t+1} + \\ & + \alpha_0^{t+2} K_0 + \alpha_t^{t+2} K_t + \alpha_{t+1}^{t+2} K_{t+1} - K_{t+2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Виражаючи величини K_t, K_{t+1} відповідно з (1) і (2) і підставляючи їх у вираз (3), після нескладних алгебраїчних перетворень отримуємо різницеве рівняння другого порядку:

$$M_{t+2} + a_1 M_{t+1} + a_2 M_t = A(t), \quad (4)$$

де коефіцієнти різницевого рівняння, $a_1 = \alpha_{t+1}^{t+2}$, $a_2 = \alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}$ визначаються кредитними ставками, термінами наданих кредитів і своєчасністю погашення кредитів позичальниками.

Права частина різницевого рівняння визначається співвідношенням:

$$A(t) = D_{t+2} - D_0(\gamma_0^{t+2} + \alpha_t^{t+2} \gamma_0^t + \alpha_{t+1}^{t+2} \gamma_0^{t+1} + \alpha_t^{t+1} \gamma_0^t) - D_t(\gamma_t^{t+2} + \alpha_t^{t+2} + \alpha_{t+1}^{t+2} \gamma_t^{t+1} - \alpha_t^{t+1}) - D_{t+1}(\gamma_{t+1}^{t+2} - \alpha_{t+1}^{t+2}) + K_0(\alpha_0^{t+2} + \alpha_t^{t+2} \alpha_0^t + \alpha_{t+1}^{t+2} \alpha_0^{t+1}) + M_0(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1}),$$

або в компактнішому вигляді:

$$A(t) = D_{t+2} - \gamma_0 D_0 - \gamma_t D_t - \gamma_{t+1} D_{t+1} + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0, \quad (5)$$

де коефіцієнти

$$\gamma_0 = \gamma_0^{t+2} + \alpha_t^{t+2} \gamma_0^t + \alpha_{t+1}^{t+2} \gamma_0^{t+1} + \alpha_t^{t+1} \gamma_0^t; \quad \gamma_t = \gamma_t^{t+2} + \alpha_t^{t+2} + \alpha_{t+1}^{t+2} \gamma_t^{t+1} - \alpha_t^{t+1};$$

$$\gamma_{t+1} = \gamma_{t+1}^{t+2} - \alpha_{t+1}^{t+2}; \quad \alpha_0 = \alpha_0^{t+2} + \alpha_t^{t+2} \alpha_0^t + \alpha_{t+1}^{t+2} \alpha_0^{t+1}; \quad m_0 = \alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1}$$

задаються початковими умовами, політикою банку з залучення депозитів, рівнем довіри вкладників до банку, екзогенними економічними параметрами.

Характеристичне рівняння для (4) має вигляд:

$$\lambda^2 + a_1 \lambda + a_2 = A. \quad (6)$$

Відповідно, його характеристичні корені рівні:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2} = \frac{-\alpha_{t+1}^{t+2} \pm \sqrt{(\alpha_{t+1}^{t+2})^2 - 4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2})}}{2}.$$

Для умов

$$(\alpha_{t+1}^{t+2})^2 < 4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}), \quad (7)$$

які характерні для нормального ведення банківського бізнесу, дискримінант негативний і, отже, характеристичні корені є комплексно-сполученими числами:

$$\lambda_1 = h + i\varphi, \lambda_2 = h - i\varphi,$$

де

$$h = \frac{-\alpha_{t+1}^{t+2}}{2}; \quad \varphi = \frac{\sqrt{4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}) - (\alpha_{t+1}^{t+2})^2}}{2}.$$

Рівняння (4) – це неоднорідне лінійне різницеве рівняння другого порядку. Його загальний розв'язок $M(t)$ є сумою двох компонент: часткового розв'язку $M_p(t)$ неоднорідного рівняння (4) і загального розв'язку $M_c(t)$ однорідного рівняння (8):

$$M_{t+2} + a_1 M_{t+1} + a_2 M_t = 0, \quad (8)$$

тобто $M(t) = M_p(t) + M_c(t)$.

Загальний розв'язок $M_c(t)$ рівняння (8) є функцією:

$$M_c(t) = C_1 \lambda_1^t + C_2 \lambda_2^t = C_1 (h + i\varphi)^t + C_2 (h - i\varphi)^t. \quad (9)$$

Відповідно до теореми Муавра (De Moivre's Theorem),

$$(h \pm i\varphi)^t = R^t (\cos \theta t \pm i \sin \theta t),$$

де

$$R = \sqrt{h^2 + \varphi^2} = \sqrt{a_2} = \sqrt{\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}},$$

$\theta \in [0; 2\pi)$ таке, що

$$\cos \theta = \frac{h}{R} = -\frac{a_1}{2\sqrt{a_2}} = -\frac{\alpha_{t+1}^{t+2}}{2\sqrt{\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}}},$$

$$\sin \theta = \frac{\varphi}{R} = \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{4a_2}} = \sqrt{1 - \frac{(\alpha_{t+1}^{t+2})^2}{4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2})}}.$$

Отже,

$$\begin{aligned} M_C(t) &= C_1 R^t (\cos \theta t + i \sin \theta t) + C_2 R^t (\cos \theta t - i \sin \theta t) = \\ &= R^t [(C_1 + C_2) \cos \theta t + (C_1 - C_2) i \sin \theta t, \end{aligned}$$

тобто ми отримали **рівняння, що описує фундаментальні цикли:**

$$\boxed{M_C(t) = R^t [A_1 \cos \theta t + A_2 \sin \theta t] = F_{OS}(t)},$$

де $A_1 = C_1 + C_2$, $A_2 = i(C_1 - C_2)$.

Далі знайдемо частковий розв'язок $M_p(t)$ рівняння (4), тобто рівноважну траєкторію, навколо якої коливається рівень ліквідних коштів:

$$M_p(t) = F_{EQ}(t).$$

За визначенням часткового розв'язку неоднорідного рівняння (4):

$$F_{EQ_{t+2}} + a_1 F_{EQ_{t+1}} + a_2 F_{EQ_t} = A(t),$$

де $A(t)$ задається співвідношенням (5).

Розглянемо кілька можливих варіантів поведінки $A(t)$ залежно від динаміки потоків залучених депозитів.

Перший варіант. Потоки депозитів у середньому за розглядуваний період $(0; T)$ є постійними: $D_t = D_{t+1} = D_{t+2} = D_0 = D$.

Виходячи з (5), у цьому простому випадку права частина рівняння (4) набуває такого вигляду:

$$\begin{aligned} A(t) &= D_{t+2} - \gamma_0 D_0 - \gamma_t D_t - \gamma_{t+1} D_{t+1} + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0 = \\ &= D(1 - \gamma_0 - \gamma_t - \gamma_{t+1}) + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0. \end{aligned}$$

Тоді

$$F_{EQ_{t+2}} + a_1 F_{EQ_{t+1}} + a_2 F_{EQ_t} = A(t) = D(1 - \gamma_0 - \gamma_t - \gamma_{t+1}) + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0,$$

відтак $\boxed{F_{EQ} = D(1 - \gamma_0 + \gamma_t + \gamma_{t+1}) + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0}$ – рівноважний рівень, навколо якого відбуваються коливання банківських ліквідних коштів.

Осциляції ліквідності в разі постійних депозитних потоків описуються функцією:

$$\begin{aligned}
 F_{OS}(t) = M_p(t) &= R^t (C_1 \cos \theta t + C_2 \sin \theta t) = \\
 &= [k(k+1)]^{\frac{t}{2}} (C_1 \cos \theta t + C_2 \sin \theta t),
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

де $\theta \in [0; 2\pi)$, $\theta = \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{k+0,75}{k+1}}\right) \pm \pi n$.

Отримана осциляторна функція (10) дозволяє виявити дуже цікаві особливості коливань ліквідності для різних значень відсоткових ставок по кредитах. Із (10) ясно, що режим коливань ліквідності залежить від значення виразу $R(t) = k(k+1)^{\frac{t}{2}}$:

1) якщо $k(k+1) > 1$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) \rightarrow \infty$, отже, **коливання ліквідності**

мають характер вибухових (таких, що посилюються) осциляцій (рис. 4);

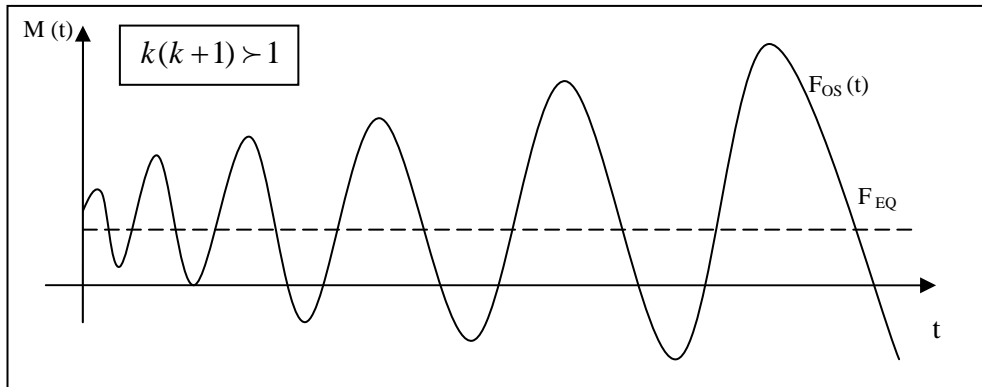


Рисунок 4. Вибухові (такі, що посилюються) осциляції

2) якщо $k(k+1) < 1$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) \rightarrow 0$, тобто **коливання ліквідності**

мають характер затухаючих осциляцій (рис. 5);

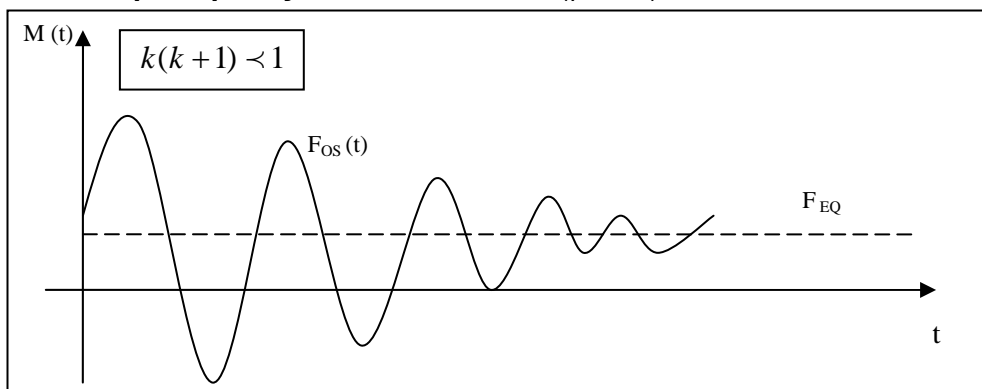


Рисунок 5. Затухаючі осциляції

3) якщо ж $k(k+1) = 1$, то $R(t) = 1$, тобто **коливання ліквідності мають характер стабільних осциляцій з постійною амплітудою коливань** (рис. 6).

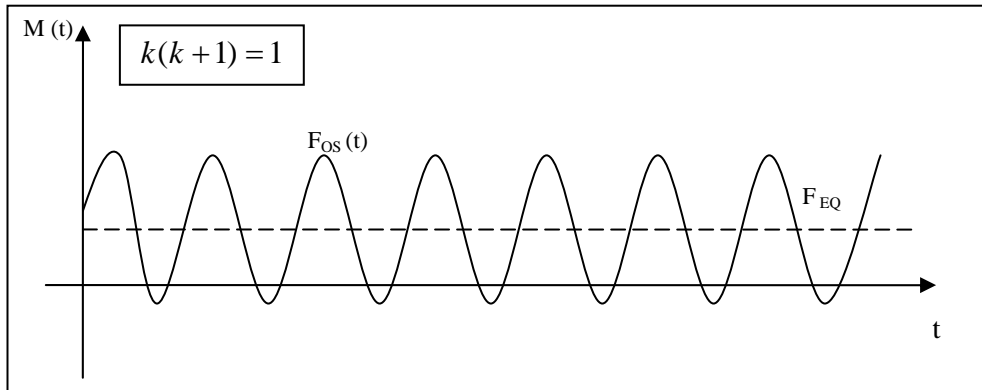


Рисунок 6. Коливання з постійною амплітудою

Цікавим є те, що значення відсоткової ставки по кредитах, яке є **точкою перемикання k^* режиму коливань від стабільного** (затухаючих осциляцій і осциляцій з постійною амплітудою) **до нестабільного режиму** (вибуховим осциляціям) **є точкою золотого перетину:**

k^* – позитивний розв'язок рівняння $k^2 + k - 1 = 0$, тобто $k^* = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,62$ (точка золотого перетину відрізка $[0;1]$) (рис. 7).

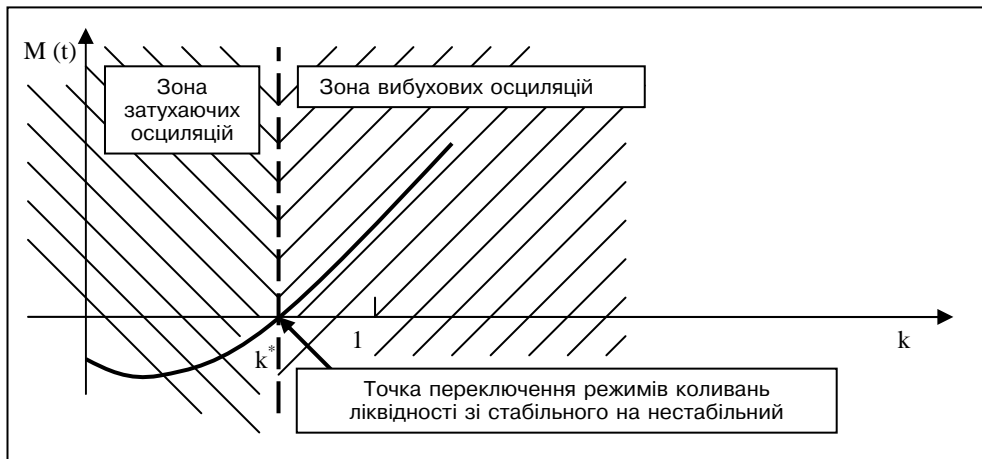


Рисунок 7. Переключення режимів коливань банківської ліквідності

Другий варіант. Потoki депозитів змінюються в часі залежно від політики банку з залучення депозитів, рівня довіри вкладників, екзогенних параметрів, що характеризують загальну макроекономічну ситуацію.

Якщо залежність потоків депозитів від часу описати функцією:

$D_t = D_0(1 + \beta_t t)$, де β_t характеризує сукупний вплив указаних чинників у періоді t , то права частина рівняння (4) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} A(t) &= D_{t+2} - \gamma_0 D_0 - \gamma_t D_t - \gamma_{t+1} D_{t+1} + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0 = \\ &= D_0 [1 + \beta_{t+2} t - \gamma_0 - \gamma_t (1 + \beta_t t) - \gamma_{t+1} (1 + \beta_{t+1} t)] + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0 = \\ &= D_0 [1 - \gamma_0 - \gamma_t - \gamma_{t+1} + (\beta_{t+2} - \gamma_t \beta_t - \gamma_{t+1} \beta_{t+1}) t] + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0 = \\ &= F_1 + F_2 t, \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} F_1 &= D_0 [1 - \gamma_0 - \gamma_t - \gamma_{t+1}] + \alpha_0 K_0 + m_0 M_0, \\ F_2 &= D_0 (\beta_{t+2} - \gamma_t \beta_t - \gamma_{t+1} \beta_{t+1}) t. \end{aligned}$$

Тоді рівноважну траєкторію можна визначити зі співвідношення:

$$F_{EQ_{t+2}} + a_1 F_{EQ_{t+1}} + a_2 F_{EQ_t} = A(t) = F_1 + F_2 t.$$

Відтак,

$$F_{EQ}(t) = \left(\frac{F_1}{a_2} - \frac{a_1 F_2}{a_2^2} \right) + \frac{F_2}{a_2} t.$$

Отже, динаміка рівня банківських ліквідних коштів задається співвідношенням, що є сумою двох компонент:

$$M(t) = F_{EQ}(t) + F_{OS}(t) = F_{EQ}(t) + R^t (A_1 \cos \theta t + A_2 \sin \theta t), \quad (10)$$

де

1) рівноважний рівень ліквідності:

$$F_{EQ}(t) = \left(\frac{F_1}{a_2} - \frac{a_1 F_2}{a_2^2} \right) + \frac{F_2}{a_2} t$$

визначається початковими умовами, а також політикою банку на ринку фінансових ресурсів, рівнем довіри вкладників до банку й екзогенними макроекономічними параметрами;

2) циклічні коливання ліквідності навколо рівноважного рівня задаються осциляторною функцією

$$F_{OS}(t) = R^t [A_1 \cos \theta t + A_2 \sin \theta t].$$

Фазова частота коливань ліквідності визначається співвідношеннями:

$$\theta \in [0; 2\pi)$$

таке, що

$$\begin{aligned} \cos \theta &= -\frac{\alpha_{t+1}^{t+2}}{2\sqrt{\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}}}, \\ \sin \theta &= \sqrt{1 - \frac{(\alpha_{t+1}^{t+2})^2}{4(\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2})}}, \end{aligned}$$

і залежить від параметрів кредитної політики банку і коефіцієнтів своєчасного повернення кредитів.

Амплітуда циклічних коливань визначається значеннями $R = \sqrt{\alpha_t^{t+2} + \alpha_t^{t+1} \alpha_{t+1}^{t+2}}, A_1, A_2$. Залежно від цих значень коливання можуть мати рівномірний, затухаючий або такий, що посилюється, характер.

Отже, у статті подано результати, що прояснюють певні фундаментальні закономірності в динаміці коливань банківської ліквідності. Це дає підстави розглядати банк як складну динамічну систему, яка внаслідок свого внутрішньої будови неминуче породжує коливання рівня ліквідних коштів, які описує функція $M(t)$. Тобто з точки зору динаміки ліквідності банк за своєю природою є осцилятором. Це дозволяє глибше зрозуміти внутрішню природу системних ризиків, до яких схильна фінансова система в цілому. Оскільки сучасна фінансова система – це складна мережа, елементами якої є осцилятори, то виникає ненульова ймовірність деструктивної синхронізації цих осциляторів, що може призвести до колапсу всієї системи. Отже, ми просунулися в розробленні теоретичної основи для пошуку умов, за яких у складних фінансових мережах можуть нагромаджуватися ризики системної кризи ліквідності.